دانشگاه صنعتی شاهرود

درسنامه فیزیک پایه ۲

رشته های فنی و مهندسی

تدوین : رضا قلی پور پیوندی

ویرایش : ۲.۰

پاییز ۱۳۹۷

فهرست فصل ها:

فصل۲۱: بار الکتریکی

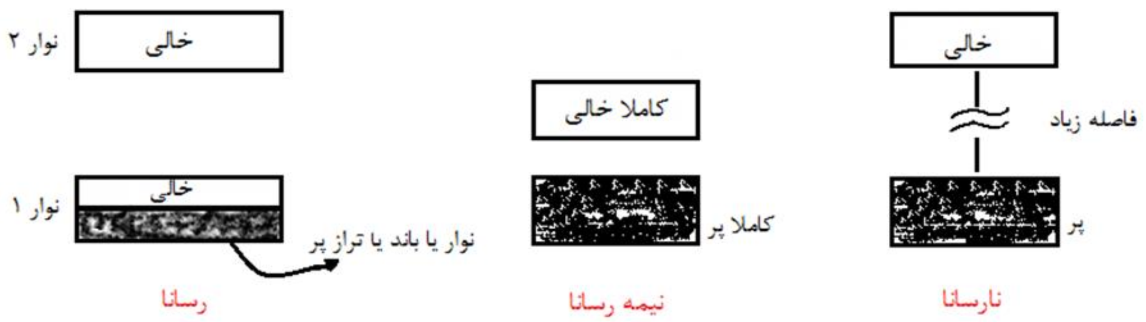
الکترومغناطیس:

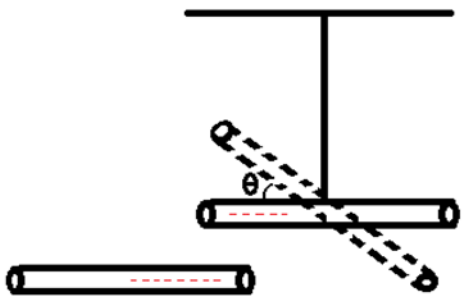
مبدا علم الکتریسیته به 600 سال قبل از میلاد یعنی حدود 2600 سال پیش برمی گردد.

بار های الکتریکی
- همنام ← دفع
- غیرهمنام ← جذب

مواد
- رسانا: بارهای الکتریکی آزادانه در جسم حرکت می کنند. (بعدها طبق اثر هال مشخص شد فقط الکترون ها حرکت میکنند)
- نارسانا: بار های الکتریکی آزادانه در جسم حرکت نمی کنند.
- نیمه رسانا: از لحاظ قابلیت هدایت میان رساناها و نارساناها هستند.

❋ در بعضی رساناها مانند الکترولیت ها بار های مثبت و منفی هردو می توانند حرکت کنند.





$$f \alpha \frac{1}{r^2}$$

$$f \alpha \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

تعریف یک کولن SI : مقدار باری است که در یک ثانیه از هر مقطع سیم شارش پیدا می کند به شرط اینکه در سیم جریان پایای یک آمپر برقرار باشد. $q = it$

مثال: جرم یک سکه مسی 3.1gr است. چون این سکه از لحاظ الکتریکی خنثی است، دارای مقادیر یکسانی از بار های الکتریکی مثبت و منفی است بزرگی q این بارها چقدر است؟

بار مثبت هسته اتم مس $4.6 \times 10^{-18} c$ و بار منفی الکترون های آن نیز به همین اندازه است .

$$\frac{N}{N_0} = \frac{m}{M} \rightarrow N = \frac{(6.02 \times 10^{23} \frac{atom}{mol})(3.1\ gr)}{64 \frac{gr}{mol}} = 2.9 \times 10^{22}\ atom$$

$$q = \left(4.6 \times 10^{-18} \frac{c}{atom}\right)(2.9 \times 10^{22} atom) = 1.3 \times 10^5 c$$

در یک لامپ 100W و 110V ، جریان 0.91A برقرار است. مدت زمان لازم برای عبور بار فوق 40 ساعت است.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \frac{N.M^2}{C^2}$$

ثابت گذردهی خلا $= \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.M^2}$

مثال: فرض کنید فاصله کل بارهای مثبت و کل بارهای منفی در یک سکه مسی به اندازه ای است که نیروی جاذبه آنها 4.5N است. این بارها چقدر باید از هم فاصله داشته باشند؟

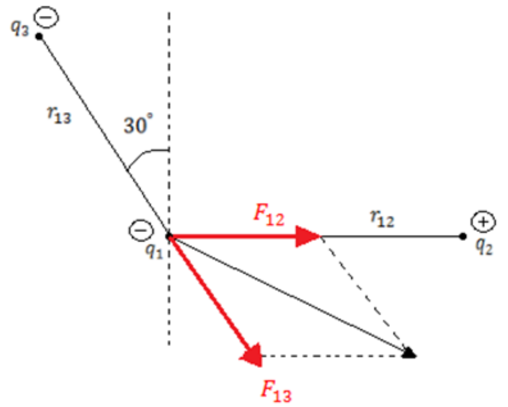
$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1q_2}{r^2}\quad\rightarrow r=q\sqrt{\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}{F}}=1.3\times10^5\sqrt{\frac{9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}}{4.5N}}=5.8\times10^9 m$$

این مقدار 910 برابر شعاع زمین است و نشان می دهد که برهم زدن خنثایی الکتریکی اجسام بزرگ به مقدار زیاد وجود ندارد.

برای بیش از دو بار الکتریکی داریم:

$$\overrightarrow{F_1}=\overrightarrow{F_{12}}+\overrightarrow{F_{13}}+\overrightarrow{F_{14}}+\cdots$$

مثال: چه نیرویی به q_1 وارد می شود ؟



$$F_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1q_2}{{r_{12}}^2}$$

$$F_{13}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1q_3}{{r_{13}}^2}$$

$$F_{1\,X}=F_{12\,X}+F_{13\,X}=F_{12}+F_{13}\sin\theta$$

$$F_{1\,y}=F_{12\,y}+F_{13\,y}=0-F_{13}\cos\theta$$

$$F_1=\sqrt{F_{1x}^2+F_{1y}^2}\quad,\quad \alpha=\tan^{-1}\left(\frac{F_{1y}}{F_{1x}}\right)$$

بار الکتریکی کوانتیده است. $q = ne$

ذره	بار الکتریکی	جرم
p	+e	$1.672 \times 10^{-27} kg$
n	0	$1.675 \times 10^{-27} kg$
e	-e	$9.109 \times 10^{-31} kg$

مثال: فاصله r میان الکترون و پروتون در اتم هیدروژن در حدود $5.3 \times 10^{-11} m$ است. بزرگی نیروی الکتریکی و گرانشی میان این دو ذره چقدر است؟

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.1 \times 10^{-8} N$$

$$F_y = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \left(6.7 \times 10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}\right) \times \frac{(9.1 \times 10^{-31} kg)(1.7 \times 10^{-27} kg)}{(5.3 \times 10^{-11} m)^2}$$
$$= 3.7 \times 10^{-47} N$$

یعنی نیروی الکتریکی حدود 10^{39} برابر قوی تر از نیروی گرانشی است!

مثال: نیروی دافعه کولنی میان دو پروتون در هسته آهم چقدر است؟ فاصله میان پروتون ها را $4.0 \times 10^{-15} m$ فرض کنید.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{\left(9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{c^2}\right)(1.6 \times 10^{-19} c)^2}{(4.0 \times 10^{-15} m)^2} = 14N$$

حدود 10^8 برابر قوی تر از نیروی الکتریکی و حدود 10^{47} برابر قوی تر از نیروی اتمی!!

بار پایسته است.

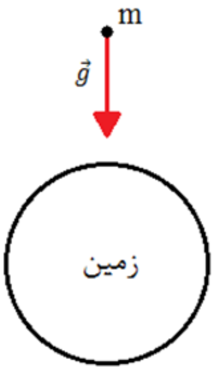
$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$$

$$_{Z=92}^{238}u \rightarrow {}_{Z=90}^{234}Th + {}_{Z=2}^{4}He$$

$$k^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- {}_{20}^{44}Ca + {}_{1}p \rightarrow {}_{21}^{44}Se + {}_{0}n$$

فصل ۲۲: میدان های الکتریکی

مشابه گرانشی



$\vec{g}=\frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{m}}$= بردار میدان گرانشی

اگر $\vec{g}$ با زمان تغییر نکند ، میدان های متناظر آنها را مانا توصیف میکنند.

بار ↔ میدان ↔ بار

نیرویی که بر بار آزمون کوچک q_0 وارد می شود را میدان الکتریکی می نامیم.

جهت E همان جهت F است. $E=\frac{F}{q_0}$

مثال: در صورتی که الکترون واقع در میدان الکتریکی E تحت تاثیر یک نیروی الکتریکی برابر با وزنش قرار بگیرد ، بزرگی میدان چقدر است؟

$$E=\frac{F}{q_0}=\frac{mg}{e}=\frac{9.1\times10^{-31}kg\times9.8\frac{m}{s^2}}{1.6\times10^{-19}c}=5.6\times10^{-11}\frac{N}{c}$$

---

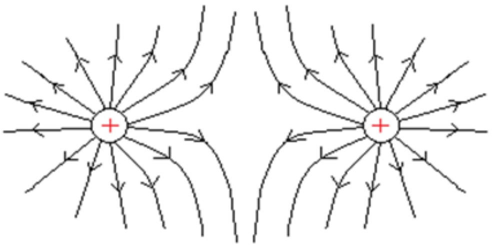
* اگر ذره بار آزمون بزرگ باشد ممکن است میدان را آشفته کند. $E=\lim_{q_0\to0}\frac{F}{q_0}$

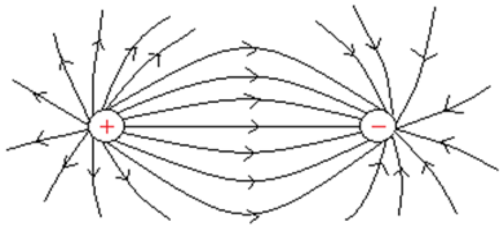
خطوط نیرو:

مایکل فارادی میدان الکتریکی را به صورت یک میدان برداری در نظر گرفت و از خطوط نیرو برای تجسم نقشهای میدان بکار گرفت. خطوط نیرو برای درک بهتر رفتار میدان می باشد ولی از لحاظ کمّی استفاده نمی شود.

رابطه بین خطوط(فرضی) نیرو و بردار میدان الکتریکی:

1. مماس بر هر خط نیرو در هر نقطه ، راستای E در آن نقطه را بدست می دهد.
2. خطوط نیرو طوری رسم میشود که تعداد خطوط موجود در واحد سطح مقطع (عمود بر خطوط) با بزرگی E متناسب باشد.
3. جهت خطوط همواره از + به – است.
4. برای بار منفی به سمت داخل و برای بار مثبت به سمت خارج است.





5. خطوط نیرو یکدیگر را قطع نمی کنند.

فرض کنید بار آزمون q_0 به فاصله r از بار نقطه ای q قرار داشته باشد.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

میدان الکتریکی در محل بار آزمون

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

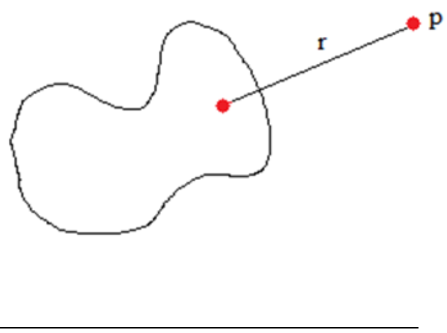
برای حالتی که یک گروه بار نقطه ای منفصل وجود داشته باشد:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} + \cdots = \sum E_n \qquad , \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

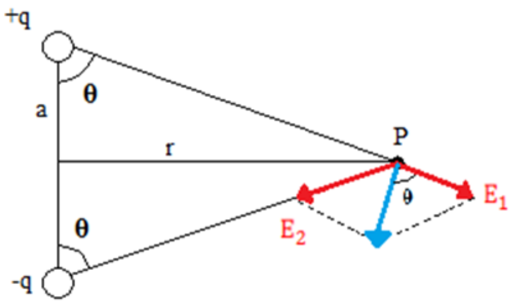
- اگر توزیع بار پیوسته باشد میدانی را که در هر نقطه مانند p ایجاد می شود.

$$\partial E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial q}{r^2}$$

$$E = \int \partial E$$



مثال: محاسبه میدان الکتریکی برای یک دو قطبی الکتریکی



$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2 + r^2}$$

$$E = 2E_1 \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \rightarrow E = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2 + r^2}\frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2aq}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$r \gg a$ $\qquad$ $E \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2a)(q)}{r^3}$

$P = 2aq$ گشتاور دوقطبی الکتریکی

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{r^3}$$

تک قطبی $E \propto \frac{1}{r^2}$

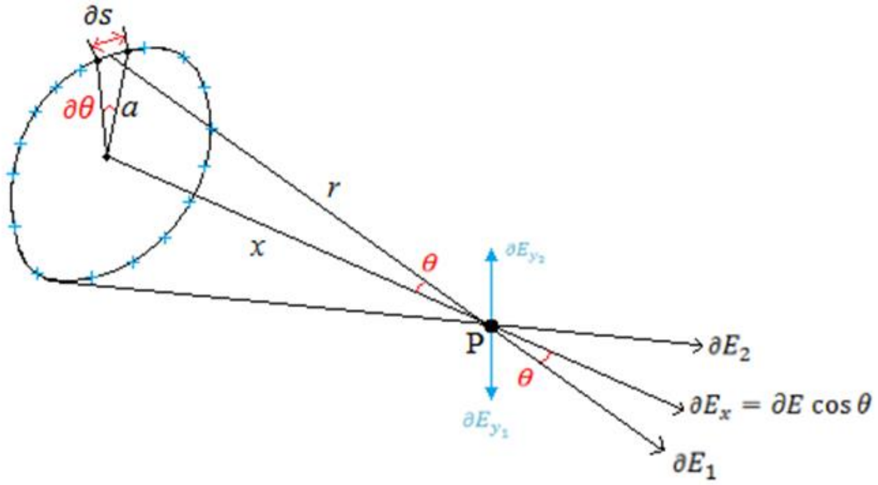
دو قطبی $E \propto \frac{1}{r^3}$

.

.

$$E \propto \frac{1}{r^{n+2}}$$

مثال: محاسبه میدان الکتریکی برای یک حلقه باردار



$\partial q = q\,\frac{\partial s}{2\pi a}$ $\qquad\qquad$ $E = \int \partial E = \int \partial E \cos\theta$

$$\partial E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q\partial s}{2\pi a}\right)\frac{1}{a^2+x^2} \qquad , \qquad \cos\theta = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

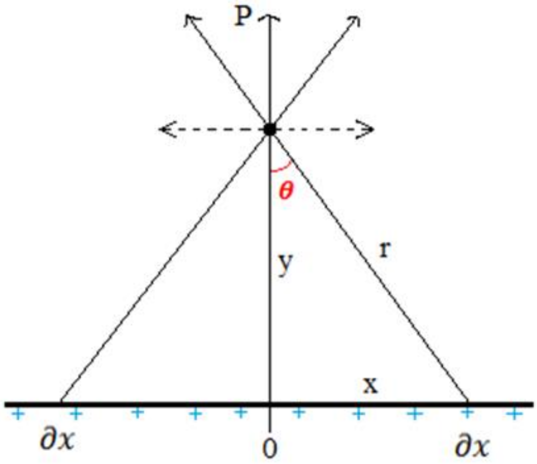
$$E = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\partial s}{(2\pi a)(a^2+x^2)}\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(2\pi a)(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\int \partial s$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$x = 0 \rightarrow E = 0$

$x \gg a \rightarrow E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2}$

مثال: محاسبه میدان الکتریکی برای یک خط متناهی بار



$$\partial E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\partial x}{y^2+x^2}$$

$$E = E_y = \int \partial E_y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \partial E\cos\theta = 2\int_0^{+\infty}\cos\theta\,\partial E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty}\cos\theta\frac{\partial x}{y^2+x^2}$$

θ و x وابسته به یکدیگرند

$$x = y\tan\theta \rightarrow \partial x = y\,sec^2\theta\partial\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}}\cos\theta\frac{1}{y^2+y^2\,tan^2\theta}\;y\,sec^2\theta\partial\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\theta\;\partial\theta$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}\sin\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$$

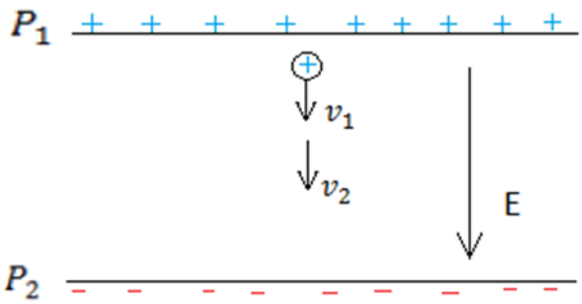
بار نقطه ای در میدان الکتریکی

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad , \qquad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} = \left(\frac{q}{m}\right)\vec{E}$$

شتاب یک ذره به مقدار بار q ، جرم ذره(m) و شدت میدان $\vec{E}$ بستگی دارد.

مثال: رها شدن ذره ای به جرم m و بار q



$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$ شتاب ثابت

$$v = at = \frac{qEt}{m}$$

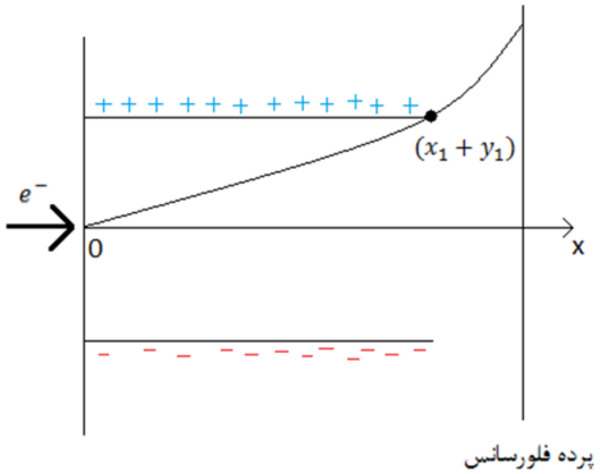
$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qEt^2}{2m}$$

$$v^2 = 2ay = \frac{2aEy}{m}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2qEy}{m}\right) = qEy$$

مثال: منحرف کردن باریکه الکترونی

الکترونی به جرم m و بار e که با سرعت v_2 در راستای عمود بر میدان یکنواخت E پرتاب شده است. حرکت ذره را توصیف کنید.



$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{eE}{2m} t^2 \end{cases}$$

حرکت افقی: $x = v_0 t$

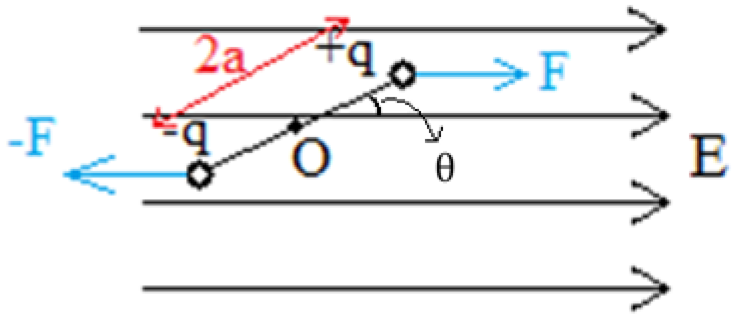
حرکت قائم: $y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{eE}{2m} t^2$

$$\xrightarrow{\text{حذف } t} y = \frac{eE}{2 m v_0^2} x^2$$

مسیرسهمی

اساس کار اسیلوسکوپ پرتو کاتدی الکترو ستاتیکی

دو قطبی در میدان الکتریکی:



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

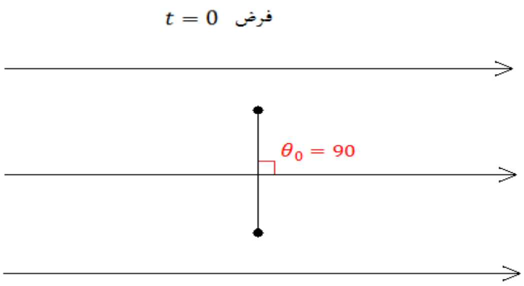
$$\vec{\tau} = \vec{F} \times \vec{d} \rightarrow \tau = 2F(a\sin\theta) = 2aF\sin\theta = 2aqE\sin\theta = \vec{P} \times \vec{E}$$

$$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$$

در صورت تغییر در سمتگیری از θ_0 به θ

$w = \int \partial w = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \partial\theta = U \quad \rightarrow$

که به صورت انرژی پتانسیل ذخیره می شود



$$U = \int_{\theta_0}^{\theta} PE\sin\theta\,\partial\theta = PE\int_{\theta_0}^{\theta}\sin\theta\,\partial\theta = PE(-\cos\theta)\Big|_{\theta_0}^{\theta} = -PE\cos\theta$$

$\vec{U} = -\vec{P}.\vec{E}$ یا

مثال: یک دو قطبی الکتریکی شامل دو بار مخالف با بزرگی $q = 1.0 \times 10^{-6}c$ است که به فاصله $d =$ $2.0cm$ از هم قرار دارند. این دو قطبی در میدان خارجی $1.0 \times 10^5 \frac{N}{c}$ قرار داده می شود.

الف) بیشینه گشتاور نیرویی که این میدان بر روی دوقطبی اعمال می‌کند چقدر است؟

ب) یک عامل خارجی چقدر باید کار انجام بدهد تا دوقطبی با شروع از موضع هم راستا بودن با میدان ($\theta = 0$) جای قطب هایش عوض شود؟

حل:

الف) بیشینه گشتاور نیرو با قراردادن $\theta = 90°$ را در معادله $\vec{\tau} = \vec{P} + \vec{E}$ به دست می آید.

$$\tau = PE\sin\theta = qdE\sin\theta$$

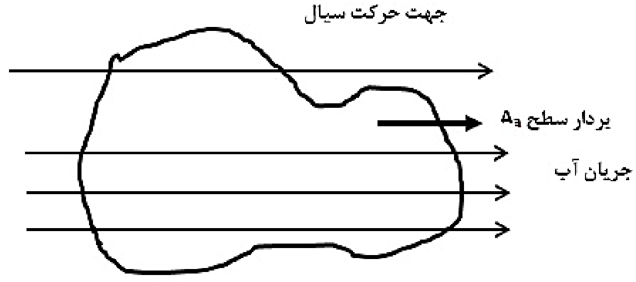
$$(1.0 \times 10^{-6}C)(0.020m)\left(1.0 \times 10^{5}\frac{N}{C}\right)(\sin 90°) = 2.0 \times 10^{-3}N.m$$

ب) $w = U_{180} - U_{0} = (-PE\cos 180°) - (-PE\cos 0°) = 2PE = 2qdE$

$$2 \times (1.0 \times 10^{-6}C)(0.020m)\left(1.0 \times 10^{5}\frac{N}{C}\right) = 4.0 \times 10^{-3}\,J$$

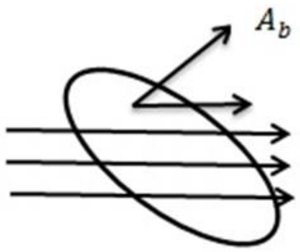
فصل ۲۳: قانون گاوس

شار Q یکی از خواص تمام میدان های برداری است. (Flux)

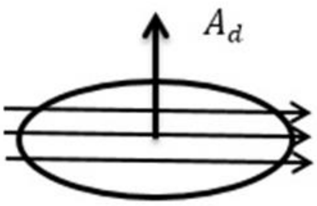


شار جرمی $\varphi_{v,s} = \rho VA$ $\qquad [\ \ ] = \frac{kg}{Sec}$

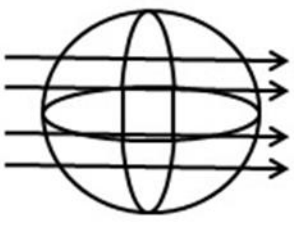
شار یک کمیت نرده ای است $\rightarrow$ $\varphi_{v,s} = \rho\overrightarrow{V}.\overrightarrow{A_a}$ با نماد گذاری برداری



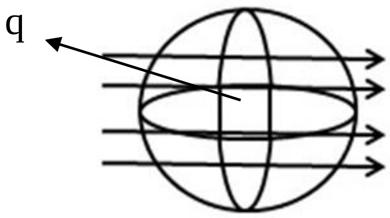
$$\emptyset_{v,b} = \rho v(A_b \cos\theta) = \rho\overrightarrow{V}.\overrightarrow{A_b}$$



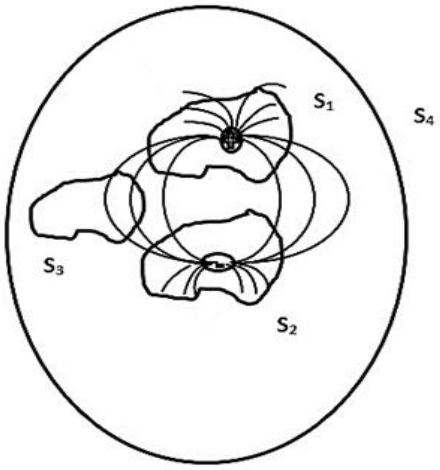
$$\emptyset_E < 0$$



$$\emptyset = 0$$



$\emptyset = ?$



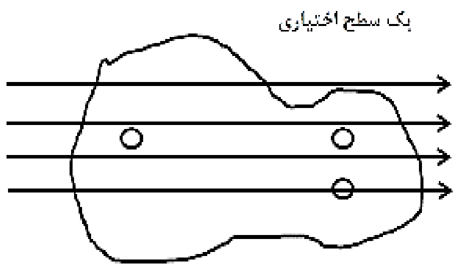
$\emptyset_1 > 0$

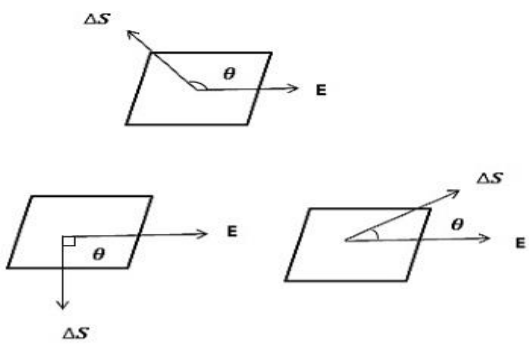
$\emptyset_2 < 0$

$\emptyset_3 = 0$

$\emptyset_4 = ?$

قانون گاوس یکی از چهار معادله بنیادی الکترومغناطیس است.



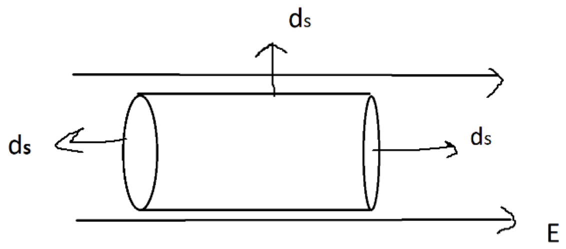


یک تعریف نسبت کمی شار $\quad \emptyset_E \cong \sum E.\Delta S$

$$\begin{cases} \theta > 90 \\ \theta < 90 \\ \theta = 90 \end{cases}$$

انتگرال سطحی $\quad \emptyset_E = \oint E.d_s$

مثال۱: استوانه بسته فرضی به شعاع R واقع در میدان الکتریکی یکنواخت E



قاعده ی چپ $\int E.d_s = \int E\cos 180\, ds = -ES$

قاعده ی راست $\int E.d_s = \int E\cos 0\, ds = +ES$

سطح جانبی $\int E.d_s = 0 \;\Rightarrow\; \emptyset_E = 0$

قانون گاوس:

قانون گاوس که در مورد هر سطح بسته فرضی(که سطح گاوسی نامیده می شود) بکار میرود.

رابطه میان φ_E سطح و بار خالص q محصور شده توسط آن سطح را بدست می دهد.

این قانون عبارتست از: $\varepsilon_0\varphi_E = q$

$$\varepsilon_0 \oint E ds = q$$

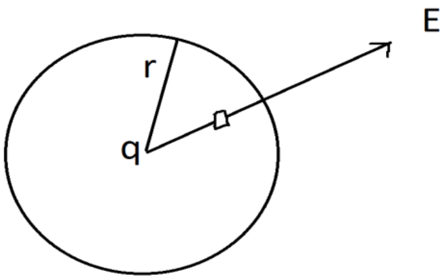
در مثال۱: توسط قانون گاوس پیشگویی می شود که $\varphi_E = 0$ زیرا هیچ باری توسط سطح گاوس شکل قبل محصور نشده است. (q=0)

چند نکته:

1. q بار خالصی است که علامت جبری آن در نظر گرفته می شود.
2. اگر سطحی بلرهای مساوی و مخالف را محصور کند شار φ_E آن صفر است.
3. بار خارج از سطح هیچ دخالتی در مقدار q ندارد.
4. محل دقیق بارهای داخلی نیز بدون این مقدار موثر نیست.

قانون گاوس و کولن:

قانون کولن را می توان با استفاده از قانون گاوس و با توجه به نکات مربوط به تقارن به دست آورد.



$$\varepsilon_0 \oint E.ds = \varepsilon_0 \oint Eds = q$$

$$\varepsilon_0 E \oint ds = q \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0 E(4\pi r^2) = q$$

$$\rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

فلسفه‌ی این ضریب

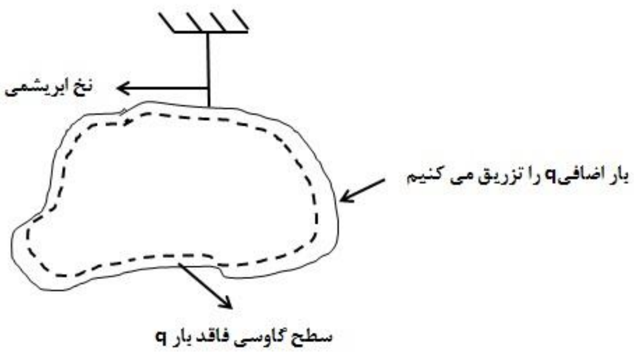
اگر یک بار q_0 در نقطه ای قراردهیم $\qquad F = Eq_0 \quad \rightarrow F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$

قانون گاوس که قانون کولن را دربردارد بعنوان یکی از 4 قانون اساسی معادلات ماکسول است.

رسانای عایق بندی شده:

به کمک قانون گاوس می تواناین موضوع مهم را که بار اضافی واقع بر یک رسانای عایق بندی شده تماما روی سطح خارجی رسانا باقی می ماند پیشگویی کرد.

* بار الکتریکی اضافی در داخل رسانا میدان های الکتریکی ایجاد خواهد کرد. این میدان ها بر روی حامل های بار داخل رسانا (الکترون ها) اثر می کنند و باعث حرکت آنها می شوند یعنی جریان های داخلی ایجاد می کنند.

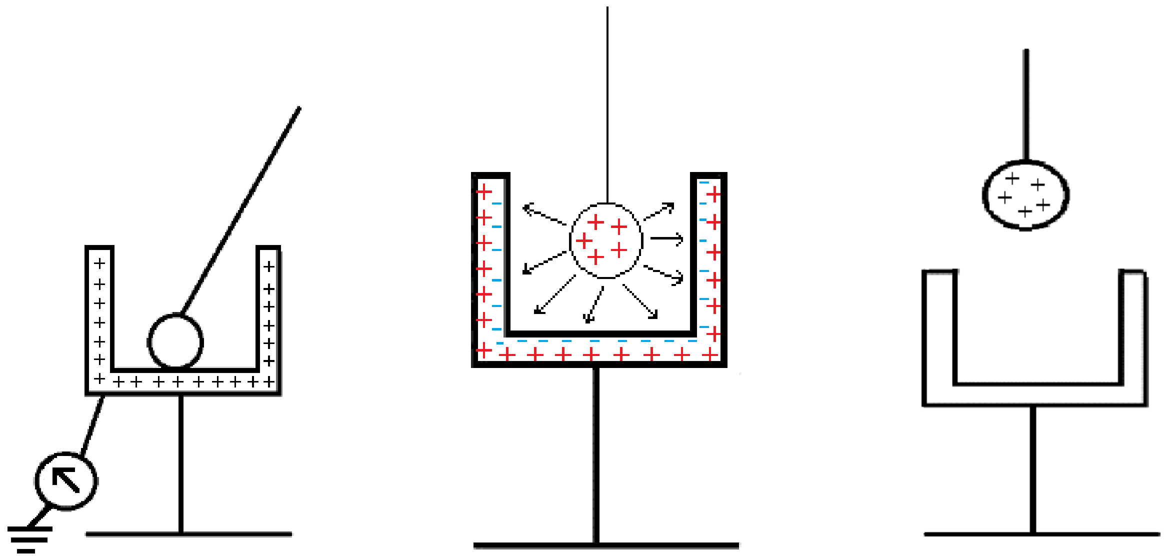


این جریان ها بار اضافی را چنان توزیع مجدد می کنند که بزرگی میدان های الکتریکی داخلی خود بخود کاهش پیدا می کند.

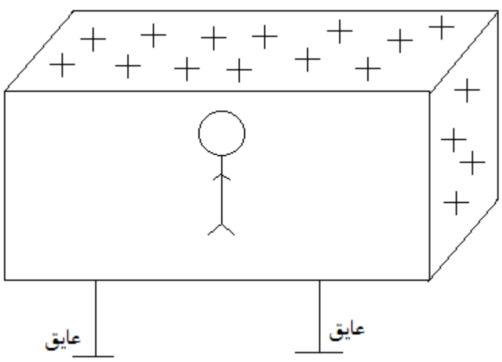
$E = 0$ داخل رسانا

اثبات تجربی قوانین گاوس و کولن:

*فرانکلین اولین فردی بود که این آزمایشات را انجام داد.

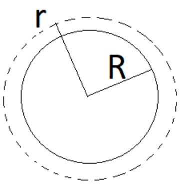


آزمایش فارادی:



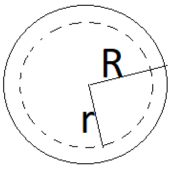
قانون گاوس-بعضی کاربردها:

مثال۱: توزیع بار با تقارن کروی (کره نارسانا)



چگالی بار $\rho(\frac{c}{m^3})$

بیرون کره $\varepsilon_0 \oint Eds = q$



$$\varepsilon_0 E 4\pi r^2 = q \;\rightarrow\; E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

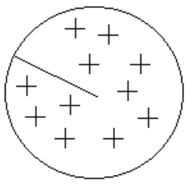
$$\varepsilon_0 \oint Eds = \varepsilon_0 E(4\pi r^2) = \acute{q} \quad \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\acute{q}}{r^2}$$

$$\acute{q} = q\,\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr}{R^3}$$

مثال ۲ : مدل اتمی تامسون(نادرست) برای اتم از اثرات الکترون صرف نظر شود

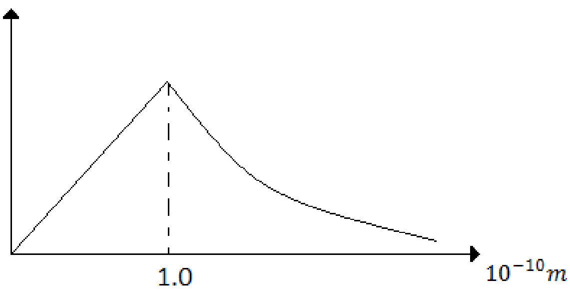
$1.0 \times 10^{-10} m$



$$Z = vq \qquad \rightarrow \qquad q = ze = vq \times 1.6 \times 10^{-19} \qquad\qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

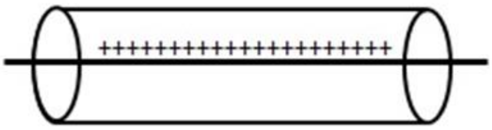
داخل $E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3}\right) r = \alpha r$

بیرون $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$



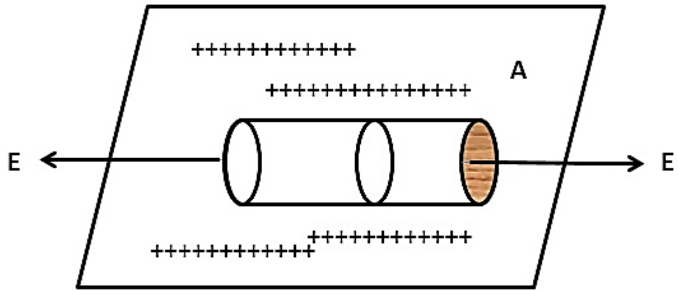
$$= \frac{(9.0 \times 10^{9} N.\frac{m^2}{c^2})(vq)(1.6 \times 10^{-19} c)}{(1.0 \times 10^{-10} m)^2} = 1.1 \times 10^{13} \frac{N}{C}$$

مثال۳: خط نامتناهی بار λ



$$\varepsilon_0 \oint Eds = q \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0 E(2\pi rL) = \lambda L \ \rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}$$

مثال۴: ورقه نامتناهی بار(نارسانا و نازک)

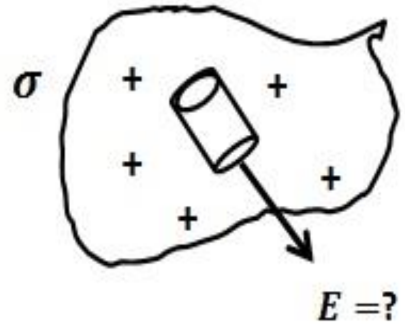


سطح جانبی $\emptyset = 0$

سطح قاعده چپ و راست $\varepsilon_0 \oint Eds = q \rightarrow \ \varepsilon_0 (EA + EA) = \sigma A$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

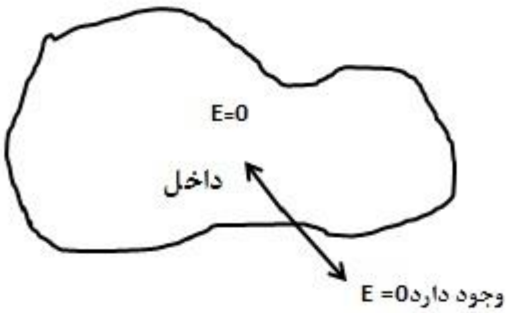
مثال۵: رسانای باردار



-اگر E بر سطح عمود نباشد دارای مولفه ای منطبق بر سطح خواهد بود که موجب بوجود آمدن جریان سطحی می شود.چون در حالت الکترواستاتیک فرض می شود که چنین جریان هایی نداریم پس به ناچار فقط E عمود به سطح است.

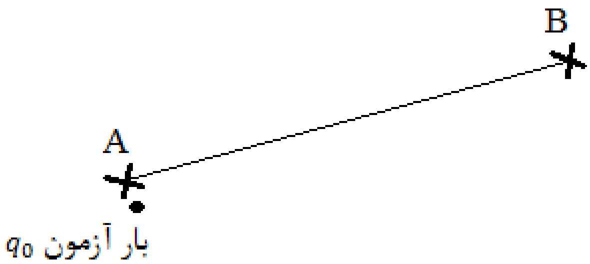
$$\varepsilon_0 \oint E ds = q \qquad \rightarrow \qquad \varepsilon_0 (EA) = \sigma A \quad \rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

مقایسه دو مثال نشان می دهد که میدان الکتریکی در نزدیکی یک رسانای حامل باربا چگالی سطحی σدو برابر میدان در نزدیکی یک ورقه نارسانا با همان چگالی سطحی بار است.



فصل ۲۴ : پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی : یک کمیت نرده ای بنام پتانسیل الکتریکی V که مشابه میدان E می تواند برای توصیف میدان اطراف یک میله بکار رود.



$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

$$W_{AB} \begin{cases} + \\ - \\ 0 \end{cases}$$

کار انجام شده برای انتقال بار q_0 از نقطه‌ی A به نقطه ی B

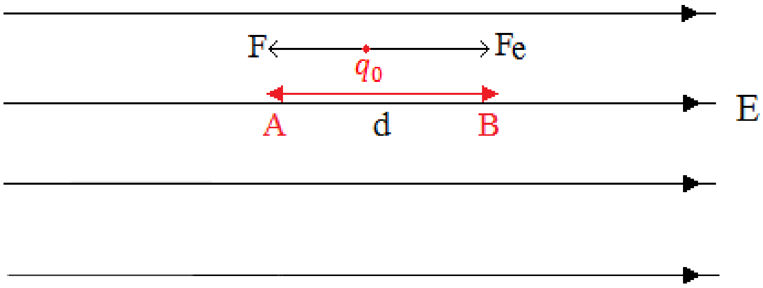
پتانسیل الکتریکی در هر نقطه:

اگر نقطه A را در ∞ فرض کنیم و به طور اختیاری پتانسیل الکتریکی V_A را در آن نقطه صفر در نظر بگیریم:

$$V = \frac{W}{q_0}$$

پتانسیل و میدان الکتریکی:

بار q_0 را درون یک میدان از نقطه A به نقطه B می بریم.



$$W_{AB} = |F|d = |q_0 E|d$$

$$|\vec{F}| = -|q_0 \vec{E}| \qquad V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = Ed$$

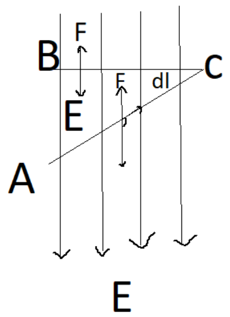
اگر میدان یکنواخت نباشد:

$$W_{AB} = \int_A^B F.dl = -q_0 \int_A^B E.dl \quad \text{انتگرال خطی} \rightarrow V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0} = -\int_A^B E.dl$$

اگر نقطه A را در ∞ و پتانسیل در آن نقطه راصفر در نظر بگیریم:

$$V = -\int_\infty^B E.dl$$

مثال1: بار آزمون q_0 از A تا B اختلاف پتانسیل Aو B چقدر است؟



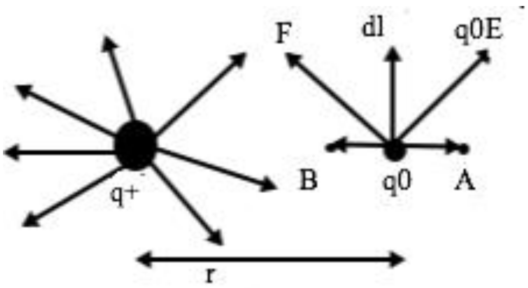
$$V_C - V_A = -\int_A^C E.dl = -\int_A^C E\cos 135°.dl = \frac{E}{\sqrt{2}}\int_A^C dl$$

مقدار این انتگرال برابر طول خط AC است که مساوی d $\sqrt{2}$است.

$$V_C - V_A = \frac{E}{\sqrt{2}}(\sqrt{2d}) = Ed$$

$$\vec{E} \perp dl \Rightarrow V_C - V_B = 0 \Rightarrow V_B - V_A = V_C - V_A = EdB \rightarrow C$$

پتانسیل حاصل از یک بار نقطه ای:



$$E.dl = E.cos\,180\,.dl = -E.dl$$

$$dl = -dr$$

$$E.dl = E.dr$$

$V_B - V_A = -\int_A^B E.dl = -\int_{r_A}^{r_B} E.dr$ و $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$

با انتخاب نقطه مرجع + در ∞ $(r_A \to \infty)$ و با انتخاب $V_A = 0$:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

مثال: پتانسیل الکتریکی در سطح هسته طلا چقدر است؟(شعاع هسته $6.6 \times 10^{-15}m$ و عدد اتمی طلا Z=79 است.)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} = \frac{\left(9.0\times10^9\frac{N.m^2}{c^2}\right)(79)\left(1.6\times10^{-19}\ c\right)}{6.6\times10^{-15}m} = 1.7 \times 10^7 v$$

گروه بارهای نقطه ای:

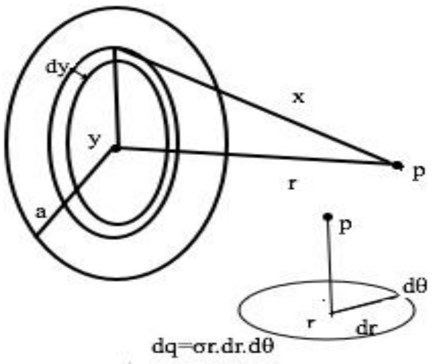
$$V = \sum_n V_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_n \frac{q_n}{r_n}$$

$r_n \to$ فاصله ی بار n ام از نقطه مورد نظر

اگر توزیع بار پیوسته باشد:

$$\mathrm{V} = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

مثال: قرص باردار



$$x = \sqrt{r^2 + y^2}$$

$$dq = \sigma(2xy)(dy)$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{\sqrt{y^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\, 2xy\, dy}{\sqrt{y^2 + r^2}}$$

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{r\varepsilon_0}\int_0^a (y^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}}\, y\, dy = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{a^2 + r^2} - r\right)$$

$$r \gg a \to \sqrt{a^2 + r^2} = r\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}} = r\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a^2}{r^2} + \cdots\right) \cong r + \frac{a^2}{r}$$

$$V \cong \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(r + \frac{a^2}{2r} - r\right) = \frac{\sigma\pi a^2}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r}$$

و بار کل روی قرص $\mathrm{q} = \sigma\pi a^2$

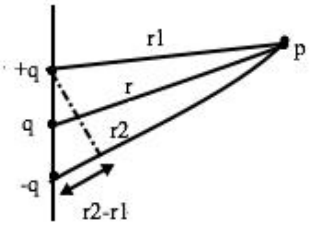
$\boldsymbol{r} \gg \boldsymbol{a}$* قرص مانند نقطه

بسط دو جمله ای $(1 + x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \cdots$

سری تیلور $f(x + x_0) = f(x_0) + f'(x_0)x + f''(x_0)\frac{x^2}{2!} + f'''(x_0)\frac{x^3}{3!} + \cdots$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$$

پتانسیل حاصل از یک دو قطبی:



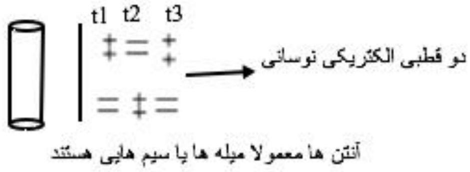
$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$r \gg 2a \;, \qquad r_2 - r_1 \cong 2a\cos\theta \;, \;\; r_1 . r_2 = r^2 \Longrightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2a\cos\theta}{r^2}$$
$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{P\;\cos\theta}{r^2}$$

هر جعبه سیاهی که در نقاط دور از آن V رفتاری مشابه رابطه بالا داشته باشد را می توان به عنوان یک دو قطبی در نظرگرفت.

گشتاور دو قطبی الکتریکی H_2O در حالت بخار برابر $6.1\times 10^{-30} c.m$ است.

بسیاری از اتم ها و مولکول دارای گشتاور دوقطبی دائمی نیستند و در صورت قرار گرفتن در میدان الکتریکی خارجی می توان درآنها گشتاور دو قطبی القا کرد.(گشتاور دوقطبی الکتریکی القایی)



مثال: چهار قطبی الکتریکی

$$V=\sum_n V_n=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r-a}-\frac{2q}{r}+\frac{q}{r+a}\right)=$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2a^2}{(r-a)(r)(r+a)}\xrightarrow{r\gg a \text{ و } Q=2qa^2\left(Q\ \text{گشتاور چهار قطبی الکتریکی}\right)} V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}$$

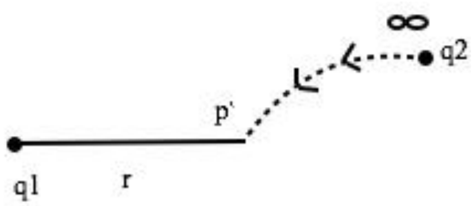
تک قطبی الکتریکی $\mathrm{V}\propto\frac{1}{\mathrm{r}}$ $\quad$ mono − pole

دوقطبی الکتریکی $\mathrm{V}\propto\frac{1}{\mathrm{r}^2}$ $\quad$ di − pole

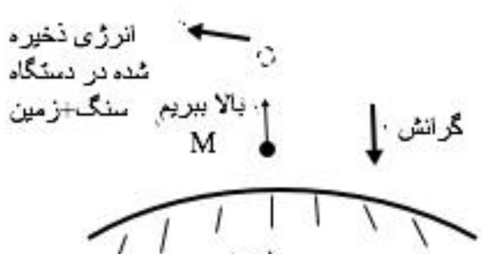
سه قطبی الکتریکی $\mathrm{V}\propto\frac{1}{\mathrm{r}^3}$ $\quad$ Quadro − pole

---

انرژی پتانسیل الکتریکی:



$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$



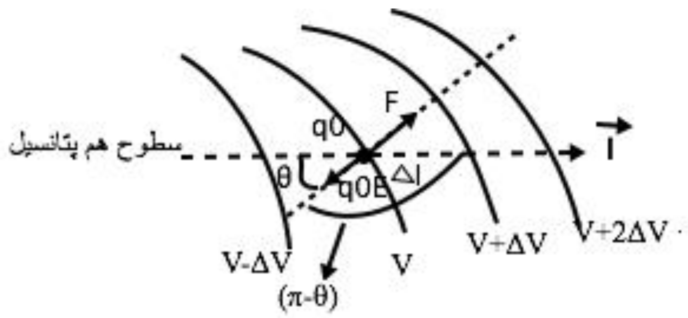
$w=Vq_2$ کار انجام شده برای آوردن q_2 از∞ به محل P

$$u(=w)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}}$$

برای بیش از 2 بارW جمع جبری میشود.

محاسبه E با استفاده از V :

بار آزمون q_0 از یک سطح هم پتانسیل در امتداد یک راستای انتخاب شده اختیاری که با $\vec{l}$ نشان داده شده است به طرف سطح هم پتانسیل حرکت می کند.



$$w = F.\Delta l \rightarrow \Delta w = -q_0 E.\Delta l = \underbrace{-}_{\text{ب}} q_0 E.\cos(\pi - \theta)\,\Delta l = q_0 E.\cos\theta\,\Delta l$$

F و $q_0 E$ دارای علامت های مخالفند.

F : نیرویی است که باید بر بار وارد کرد تا کاملا بر نیروی الکتریکی q_0E فایق شود.

$$\underbrace{q_0 \Delta V} = q_0 E \cos\theta\,\Delta l \qquad \underbrace{E.\cos\theta} = \frac{\Delta V}{\Delta l} \quad \Longrightarrow \quad E_l = \underbrace{-}_{\text{ب}} \frac{dV}{dl}$$

مقدار کار لازم برای آوردن q_0 از ∞ به نقطه P

مؤلفه یE در جهت l- بنابراین E cosθ- در جهت l+خواهد بود.(E_l)

یعنی Eدر جهتی است کهvکاهش میابد.

مفهوم:اگر در یک میدان الکتریکی در امتداد یک خط راست پیش برویم و در عین حال l , v را اندازه گیری کنیم آهنگ مشاهده شده تغییر v نسبت به فاصله، با تغییر علامت، مساوی با مؤلفه E به روی آن خط است.

* مقدار$-\frac{dv}{dl}$ به ازای یکی از راستاهای$\vec{l}$ بیشینه است و در نتیجه E_l هم نیز در این راستا بیشینه و در واقع مساوی با خودE خواهد بود.

* این راستا همیشه به سطح هم پتانسیل عمود است.

$$E = -\left(\frac{dv}{dl}\right)_{max}$$

اگر l به نوبه خود دارای مؤلفه هایی باشد

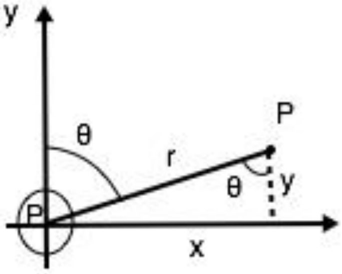
$$E_x = -\frac{dv}{dy} \qquad E_y = -\frac{dv}{dy} \qquad E_z = -\frac{dv}{dz}$$

بنابراین اگر در فضا V(x,y,z)مشخص باشد$\vec{E}$ با مشتق گیری به دست می آید.

مثال: میدان بار نقطه ای؟

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad E = -\frac{dv}{dr} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

مثال: میدان دو قطبی $V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P\cos\theta}{r^2}$ ؟



$$r=(x^2+y^2)^{1/2} \quad , \quad \cos\theta=\frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$

$$\rightarrow \quad V=\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}$$

$$\rightarrow E_y=-\frac{dv}{dy}=-\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(x^2+y^2)^{3/2}-{}^3/_2\, y\,(x^2+y^2)^{1/2}(2y)}{(x^2+y^2)^3}$$
$$=-\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x^2-2y^2}{(x^2+y^2)^3}$$

در امتداد محور دو قطبی(یعنی محورy) با قرار دادن x=0 :

$$E_y=\frac{2P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y^3}$$

با قرار دادن y=0 در رابطه مربوطه به E_y نقاط دور واقع بر صفحه استوایی دو قطبی مشخص می شوند و داریم :

$$E_y=-\frac{P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^3}$$

به طور مشابه:

$$E_x=-\frac{dv}{dx}=-\frac{Py}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{3}{2}\right)(x^2+y^2)^{-\frac{5}{2}}(2x)=\frac{3P}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$$

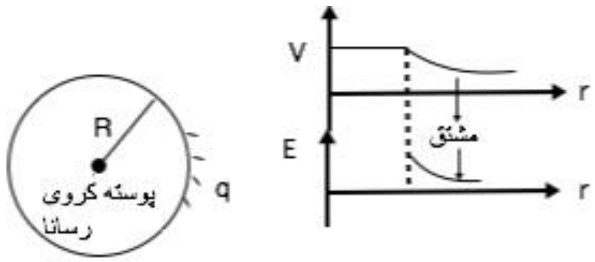
رسانای عایق بندی شده:

۱-پس از برقراری حالت پایا بار اضافیq روی رسانای عایق بندی شده به طرف سطح خارجی آن حرکت می کند.

۲-بار اضافی q روی سطح چنان توزیع می شود که تمام نقاط واقع بر روی سطح یا در داخل آن دارای پتانسیل یکسان می شوند.

۳-بار واقع به روی رسانای عایق بندی شده طوری به روی سطح پاشیده می شود کهE مربوط به تمام نقاط داخل رسانا صفر می شود.

۴-بار تا موقعی می تواند حرکت کند که تمام نقاط رسانا به پتانسیل یکسان نرسیده اند زیرا اگر V در رسانا ثابت باشدE در همه جای داخل آن صفر است. $E_l = -\frac{dv}{dl}$



* اگر کره بجای پوسته کروی مفروض کره ی توپر هم باشد هردو شکل بالا ثابت است.

۵-چگالی بار بر روی سطح های رسانای منزوی که شعاع انحنای آنها کوچک است میل به بیشتر شدن دارد و برعکس.

۶-چگالی بار در نقاط تیز نسبتا زیاد و در نواحی تخت سطح رسانا نسبتا کم است.

۷-میدان الکتریکی E در نقاط خیلی نزدیک به سطح باردار، با چگالی بار σ متناسب است.

فرض کنید پتانسیل این مجموعه تا مقدار اختیاری V بالا برده شود(مساوی)

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R_2}\Rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{R_1}{R_2}$$

$$\sigma_1=\frac{q_1}{4\pi R_1^2}\ ,\sigma_2=\frac{q_2}{4\pi R_2^2}\ \Rightarrow\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{q_1}{q_2}\frac{R_2^2}{R_1^2}$$

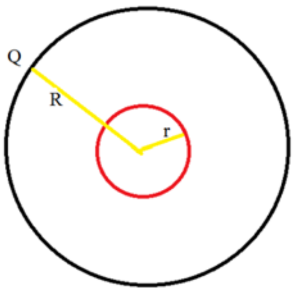
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

کره بزرگتر دارای بار کل بیشتر و چگالی بار کمتر است.

مولد الکتروستاتیکی

در سال ۱۲۶۹ – ۱۸۹۰ لرد کلوین فکر موتور الکتروستاتیکی را مطرح کرد و در سال ۱۳۱۰ - ۱۹۳۱ وان دو گراف آن را به شکل امروزیش بطور عملی بکار گرفت.

اختلاف پتانسیل میان دو کره؟



پتانسیل کره بزرگ $\mathrm{V_R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R}+\frac{q}{R})$

پتانسیل کره کوچک $\mathrm{V_r}=\boldsymbol{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{q}{r}+\frac{Q}{R})}$

اختلاف پتانسیل $\mathrm{V_r}-\mathrm{V_R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R})$

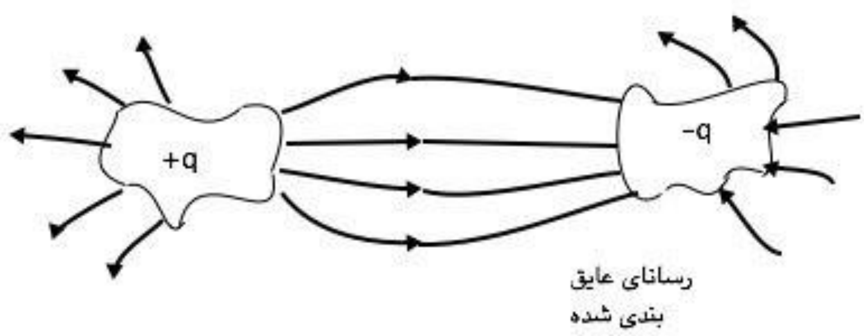
اگر $q>0$ (مثبت) → همواره $V_r>V_R$ → درصورت اتصال دو کره → بار q تماما از کره کوچک به کره بزرگ میرود

❄ در صورت اتصال چون یک تک رسانا تشکیل می دهند که در حال تعادل الکتروستاتیکی است، بنابراین تنها یک تک پتانسیل می تواند وجود داشته باشد.

$$V_r - V_R = 0 \leftrightarrow q = 0$$

میان ترم

فصل ۲۵: ظرفیت خازن ها و دی الکتریک



$$q = cv$$

که در آن، q بار یک صفحه است نه بار خالص کلی و c ثابت تناسب، ظرفیت خازن نامیده می شود و v اختلاف پتانسیل بین دو رسانا است؛ پتانسیل هر صفحه که در بی نهایت به صفر میل می کند نیست.

یک کولن به یک ولت = یک فاراد

$\frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}$ = فاراد F

μF

nF

pF

مشابه $\boxed{\text{ظرف با حجم V}}$ $n = (\frac{V}{RT})p$

که در آن، n تعداد مول گاز و V حجم و p فشار گاز است.

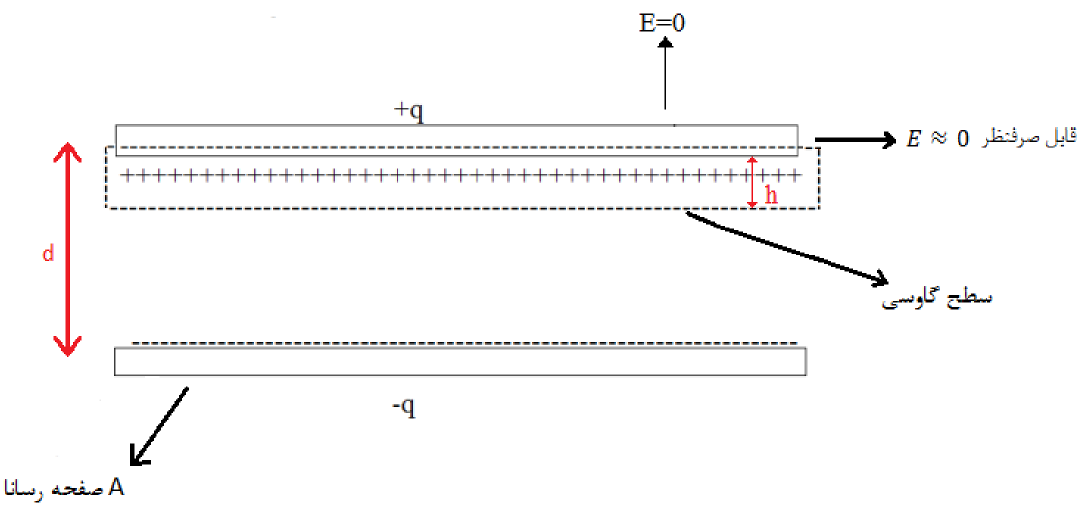
$q = (\ c\ )v$ که در آن q برابر با مقدار بار خازن است

همانگونه که n را تا حد معینی می توان افزایش داد بار خازن را هم تا حد معینی می توان افزایش داد.

بعد از آن فرو ریزش الکتریکی یا جرقه زدن رخ می دهد و در مورد مخزن شکستگی دیوارها روی می دهد.

محاسبه ظرفیت:

مربوط به ضلعی از صفحه گاوس که داخل رسانا قرار دارد زیرا میدان داخل رسانا صفر است



$$\varepsilon_0 \varphi_E = \varepsilon_0 \mathrm{EA} = \mathrm{q} \ (\mathrm{I})$$

$\rightarrow \mathrm{W} = \ \mathrm{Fd} = q_0 V \ \rightarrow V = Ed \ (\mathrm{II})$ از طرفی کار لازم برای بردن q_0 از یک صفحه به صفحه دیگر

این یک حالت خاص از رابطه $V = -\int Edl$ است

$$(\mathrm{I}).(\mathrm{II}) \rightarrow c = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0 \mathrm{EA}}{Ed} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

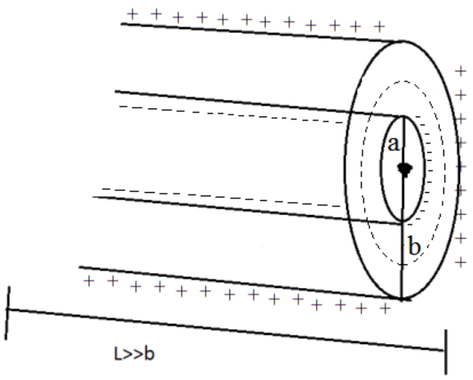
این معادله فقط برای خازن های مسطح صادق است.

این یک آزمایش و روش تجربی خوب برای اندازه گیری مقدار ε_0 است.

$$\varepsilon_0 = \frac{qd}{VA}$$

که در آن q برابر با بار روی صفحه و d فاصله بین صفحه و A مساحت خازن و Vاختلاف پتانسیل بین صفحات خازن است.

خازن استوانه ای :



$$\varepsilon_0 \oint Eds = q$$

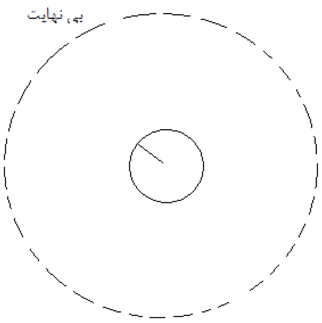
$$E\varepsilon_0\,(2\pi r)(L) = q$$

$$E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rL}$$

$$V= -\int_a^b Edl = \int_a^b Edr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{b}{a}$$

$c=\frac{q}{v} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{b}{a}}$ ← فقط به ضرایب هندسی a و b و L بستگی دارد

کره منزوی:



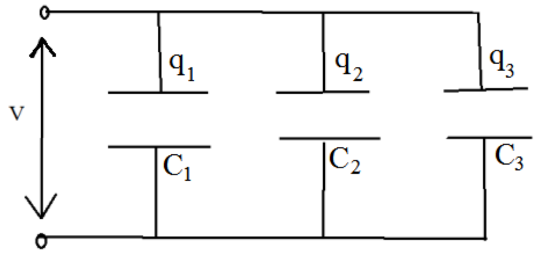
یککره رسانای منزوی

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

این کره را می توان مانند خازنی در نظر گرفت که صفحه دیگر آن کره رسانایی به شعاع بی نهایت و V بروی این کر در بی نهایت صفر است.

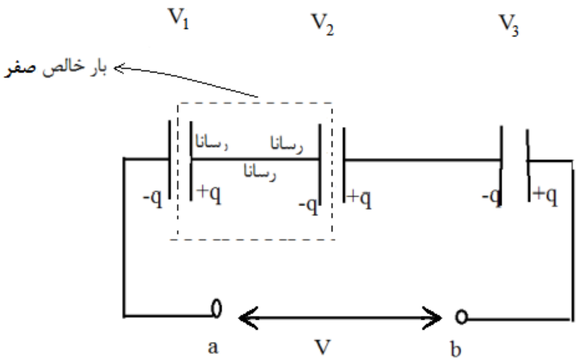
$$c = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

خازن های موازی:



$$\left.\begin{array}{l} q_1=c_1V \\ \\ q_2=c_2V \\ \\ q_3=c_3V \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{c} q = q_1+q_2+q_3=(c_1+c_2+c_3)V \\ c=\frac{q}{V}=c_1+c_2+c_3 \end{array}$$

خازن های متوالی:



بزرگی q بار هر صفحه باید یکسان باشد

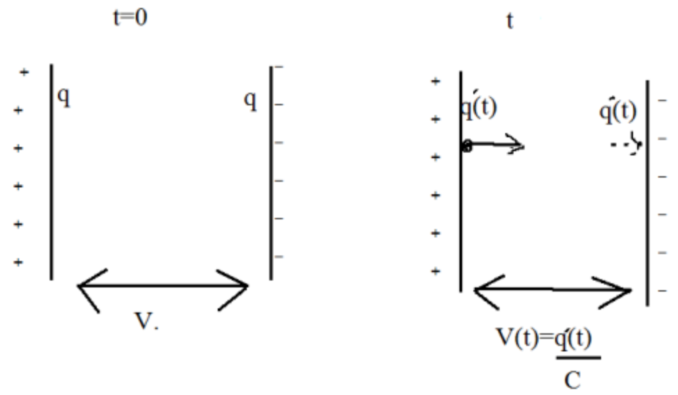
بار خالص داخل خط چین صفر است و اتصال بازی میان a و b تنها باعث جدایی بار می شود.

$$q_1=q_2=q_3=q \qquad V_1=\frac{q}{C_1} \qquad V_2=\frac{q}{C_2} \qquad V_3=\frac{q}{C_3}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3})$$

$$c = \frac{q}{V} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \rightarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

انباشت انرژی در میدان الکتریکی:



$$dw = Vdq = \left(\frac{q'}{c}\right) dq'$$

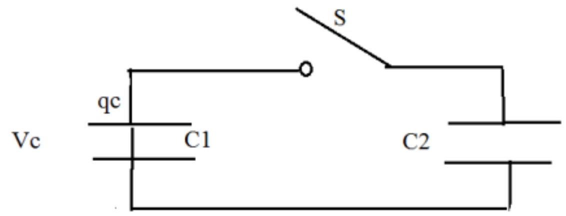
$$w = \int dw = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{1}{2}\frac{q2}{C} (q = cV) \rightarrow W(= u) = \frac{1}{2} cV^2$$

اگر این فرآیند ادامه پیدا کند تا کل بار q منتقل شود.

در خازن مسطح چشم پوشی از اثر خزیده شدن

چگالی انرژی $u = \frac{U}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} \xrightarrow{c=\frac{\varepsilon_0 A}{d}} u = \frac{\varepsilon_0}{2} (\frac{V}{d})^2 \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

مثال) خازن C_1 را اختلاف پتانسیل V_c پر می کنیم.سپس باتری را بر می داریم و خازن را به خازن پر نشده C_2 وصل می کنیم



الف) اختلاف پتانسیل نهایی V دو سر این ترکیب چقدر است ؟

ب) انرژی انباشته قبل و بعد از بسته شدن کلید چقدر است؟

حل الف)

$$q_0 = q_1 = q_2 \xrightarrow{q=cV} c_1 V_c = c_1 V + c_2 V$$

$V = V_c \frac{c_1}{c_1+c_2}$ راه محاسبه ظرفیت خازن مجهول c_2 برحسب ظرفیت معلوم

حل ب)

$u_0 = \frac{1}{2} c_1 {V_c}^2$ انرژی انباشته شده اولیه

انرژی انباشته نهایی $u = \frac{1}{2} c_1 V^2 + \frac{1}{2} c_2 V^2 = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)(\frac{V_0 C_1}{C_1 + C_2}) V_0$

نقص اصل بقای انرژی!!!!

علت این است که $u = \frac{q^2}{2C}$ یعنی $u \propto q^2$ است نه $u \propto q$ وقتی بار تقسیم می شود آنگاه

$q_1 = \alpha q_0 \qquad \alpha . \beta < 1 \qquad u_1 = \frac{{q_0}^2}{2c}(\alpha)^2$

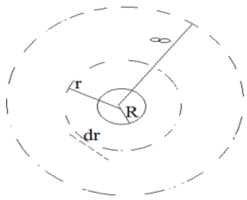
$q_2 = \beta q_0 \qquad \alpha + \beta = 1 \qquad u_2 = \frac{q_0}{2c}(\beta)^2$

مفهوم : اگرعددی کوچکتر از یک باشد توان 2 آن کوچک تر است.

مثال)یک کره رسانای منزوی به شعاع R در خط حاصل بار q است.

الف) انرژی الکتروستاتیکی کل انباشته در فضای اطراف را محاسبه کنید.

ب)شعاع R_0 یک سطح کروی که نصف این انرژی انباشته در داخل آن قرار داشته باشد چقدر است؟



حل الف)

برای $r > R \ \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad . \quad u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$ چگالی انرژی در شعاع r

$du = (4\pi r^2)(dr)u = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2}$ dU انرژی در پوسته کروی میان شعاع های r وr+dr

انرژی کل $U = \int dU = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$

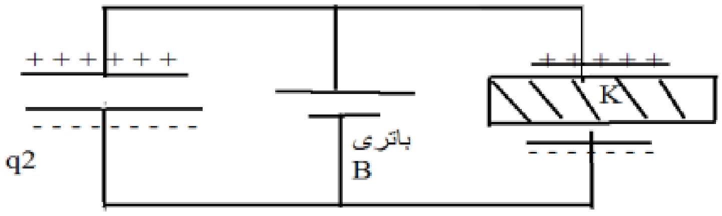
با مقایسه $u = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow c = 4\pi\varepsilon_0 R$

حل ب)

$$\frac{1}{2}U = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{R_0}\frac{dr}{r^2} \rightarrow \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right) \Rightarrow R_0 = 2R$$

خازن های مسطح با دی الکتریک:

الف) باطری B اختلاف پتانسیل
یکسانی به هر دو خازن می دهد
$q_1>q_2$

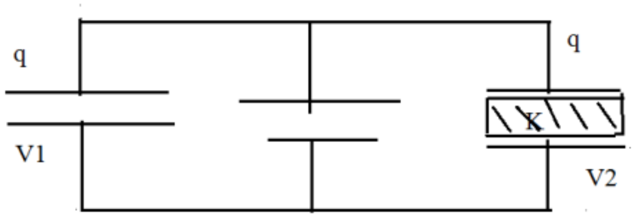


ثابت دی الکتریک $\kappa=\frac{C_\kappa}{C_0}$

C_κ: ظرفیت خازن با دی الکتریک

C_0: ظرفیت خازن بدون دی الکتریک

ب) هر دو خازن بار مساوی دارند



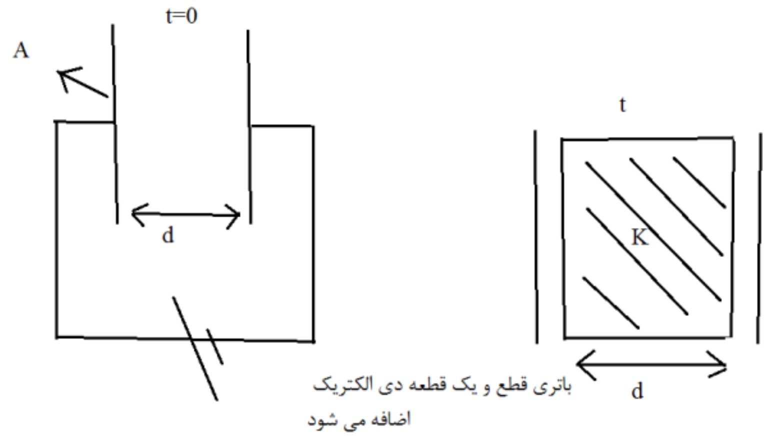
$V_2=\frac{1}{\kappa}V_1 \rightarrow c_\kappa=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$ (به عنوان یک نتیجه تجربی)

$$c=\kappa\varepsilon_0 L$$

که در آن L به شکل هندسی خازن بستگی دارد و دارای بعد طول است.

برای خازن مسطح $L=\frac{A}{d}$ برای خازن استوانه ای $L=\frac{2\pi l}{ln\frac{b}{a}}$

مثال) U $_{\text{قبل}}$ =?   U $_{\text{بعد}}$ = ?



حل)

$U_0 = \frac{1}{2}C_0V_0^2 \rightarrow$ بعد از اضافه شدن $\rightarrow V=\frac{1}{k}V_0, C=kC_0 \rightarrow U = \frac{1}{2}kC_0(\frac{V_0}{k})^2 = \frac{1}{k}U_0$

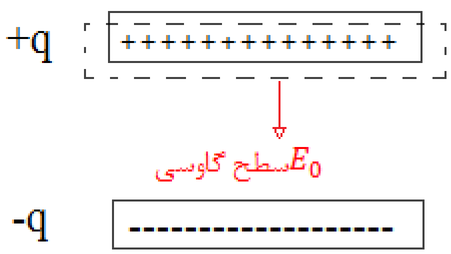
کار برای اضافه کردن قطعه $w = U_0 - U = \frac{1}{2}C_0V_0^{\,2}(1 - \frac{1}{k})$

اگر $\kappa = 1 \rightarrow w = 0$ ($\kappa = 1$ خلأ)

$U = \frac{1}{2}\,cv^2$ $\rightarrow$ چگالی انرژی خازن مسطحی که در آن قطعه دی الکتریک وجود دارد $u = \frac{v}{Ad}$

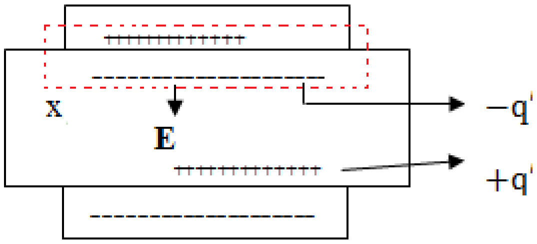
$$= \left(\frac{1}{Ad}\right)\left(\frac{1}{2}cV^2\right) = \left(\frac{1}{Ad}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\varepsilon_0 kA}{d}\right)(V^2) \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} u = \frac{1}{2}\ \varepsilon_0 k_0 E^2$$

دی الکتریک‌ها و قانون گاوس:



$$\varepsilon_0 \varphi E ds = \varepsilon_0 E_0 A = q$$

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$



بار خالص درون سطح گاوسی

$$\varepsilon_0 \varphi E ds = \varepsilon_0 E A = q(-q')$$

بار آزاد روی صفحات   بار سطح القایی

با وجود دی الکتریک میدان به اندازه $\frac{1}{\kappa}$ تضعیف میشود.

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A} \rightarrow \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A'} \rightarrow q' = q\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

یعنی : $q' < q$

$$\varepsilon_0 \varphi E\, ds = q - q' \xRightarrow{q'=q\left(1-\frac{1}{k}\right)} \varepsilon_0 \varphi \kappa E ds = q$$

نکات مهم:

1. در اینجا انتگرال شار دارای ضریب κ است .
2. بار q در داخل سطح گاوسی در نظر گرفت می‌شود، فقط بار آزاد است. بار القایی q' با قراردادن κ در آن نهفته است.

بردارهای سه گانه: تا اینجا شرایط ساده بره مکعب مستطیلی که عمود بر میدان یکنواخت قرار دارد. در حالت‌های پیچیده‌تر مثلا دی الکتریکی بیضی وار در میدان الکتریکی غیر یکنواخت خارجی.

$$\varepsilon_0 \oint E\, ds = q - q' \rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A}$$ برای خازن سطح

و $$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A} \rightarrow \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A} = \frac{q}{\varepsilon_0 A} - \frac{q'}{\varepsilon_0 A} \rightarrow \frac{q}{A} = \varepsilon_0 \left(\frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A}\right) + \frac{q'}{A}$$

بار سطحی القایی واحد سطح که آن را قطبش الکتریکی p می نامیم. $p = \frac{q'}{A}$

$$p = \frac{q'}{A} \times \frac{d}{d} = \frac{q'd}{Ad}$$

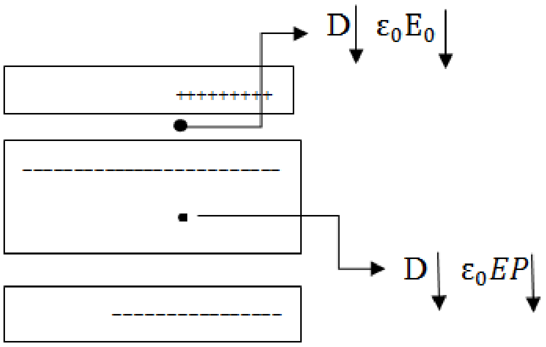
حاصل ضرب بزرگی بارهای قطبش (مساوی و مخالف) در فاصله جدایی = گشتاور دو قطبی الکتریکی القایی بره دی الکتریک

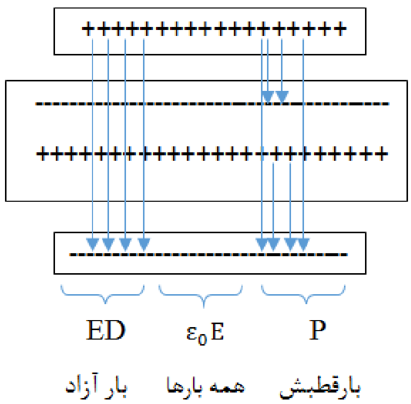
Ad: حجم بره

$\vec{p}$: جهت $\vec{p}$ مانند هر دو قطبی دیگر از بار القایی منفی به طرف بار القایی مثبت است.

$$\rightarrow \frac{q}{A} = \underbrace{\varepsilon_0 E + p}_{}$$

D ≡ ویژه جابجایی الکتریکی





$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$D = \frac{q}{A}$$

نکات مهم:

1. D فقط به بار آزاد مربوط است.
2. P فقط به بار قطبش مربوط است.
3. E به همه بارهایی که واقعا وجود دارند اعم از آزاد و یا قطبشی مربوط است.

هر دو بردار D و P را می‌توان تنها برحسب E بیان کرد.

$$\frac{q}{A}=\frac{\kappa\varepsilon_0}{\kappa\varepsilon_0}\frac{q}{A}=\kappa\varepsilon_0\left(\frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A}\right)\Rightarrow \vec{D}=\kappa\varepsilon_0\vec{E}$$

$$p=\frac{q'}{A}=\frac{q}{A}\left(1-\frac{1}{\kappa}\right)\Rightarrow p=D\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)\xrightarrow{D=\kappa\varepsilon_0 E}\vec{p}=\varepsilon_0(\kappa-1)\vec{E}$$

در $\kappa=1$ ⟵ بردار قطبش P صفر است.

قانون گاوس در حالت وجود دی الکتریک: $\oint D.ds=q$ q فقط نمایشگر بار آزاد است.

بطور خلاصه:

شرط مرزی	مربوط به	نماد	نام
مولفه مماسی پیوسته	همه بارها	$\vec{E}$	میدان الکتریکی
مولفه عمودی پیوسته	فقط بارهای آزاد	$\vec{D}$	جابجایی الکتریکی
از خط به صفر می‌رسد.	فقط بارهای قطبشی	$\vec{P}$	قطبی (گشتاور دو قطبی $\vec{P}$الکتریکی در واحد جهت)

معادله تعریف کننده F : $\vec{F}=q\vec{E}$

رابطه کلی میان سه بردار: $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$

قانون گاوس با وجود محیط دی الکتریک: فقط بار آزاد → $\oint D\,dS=q$

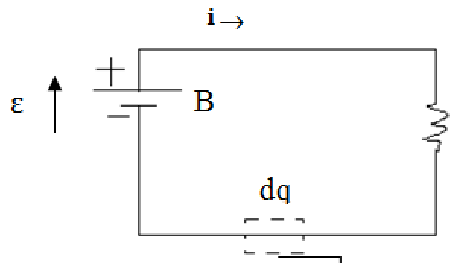
روابط تجربی برای بعضی مواد دی الکتریک:

$$\vec{D} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{p} = (\kappa - 1)\varepsilon_0 E$$

فصل 26 جریان و مقاومت الکتریکی : **توسط دانشجو مطالعه شود.**

فصل ۲۷ : مدارهای الکتریکی



از هر مقطع از مدار بار dq در زمان dt عبور می کند.

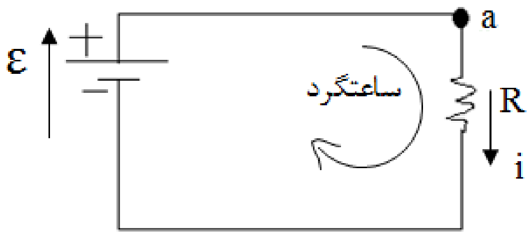
$$\varepsilon = \frac{dw}{dq} = \text{نیروی محرکه}\left(\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}}\right)$$

منبع باید کار dw را بر روی حامل های بار(مثبت) انجام دهد تا آن‌ها را به نقطه‌ای به پتانسیل بالاتر براند.

در زمان dt تعداد انرژی i^2Rdt در مقاومت به صورت انرژی گرمایی (ژول) ظاهر می شود. در همین مدت dq=idt از منبع نیروی محرکه الکتریکی حرکت می کند و این منبع کاری روی این بار انجام می دهد.

$$dw = \varepsilon dq = \varepsilon i\, dt \xrightarrow{\text{اصل بقای انرژی}} \varepsilon i\, dt = i^2Rdt \to i = \frac{\varepsilon}{R}$$

❋ جمع جبری تغییرات پتانسیل موجود در طی یک دوره کامل از هر مدار باید صفر باشد.

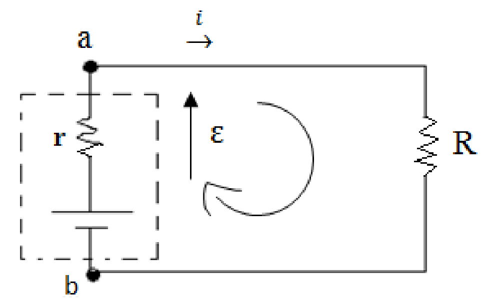


$$V_a - iR + \varepsilon = V_a \to -iR + \varepsilon = 0$$

نکات:

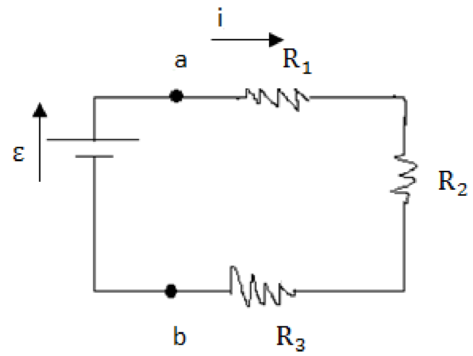
1. هرگاه مقاومتی در جهت جریان طی شود تغییر پتانسیل آن $-iR$ و در جهت مخالف $+iR$ خواهد بود.

2. اگر یک منبع نیروی محرکه الکتریکی در جهت نیروی محرکه طی شود، تغییر پتانسیل آن $+\varepsilon$ و در جهت مخالف $-\varepsilon$ است.



$$v_b + \varepsilon - ir - iR = v_b \rightarrow +\varepsilon - ir - iR = 0$$
$$\rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

مقاومت های سری:



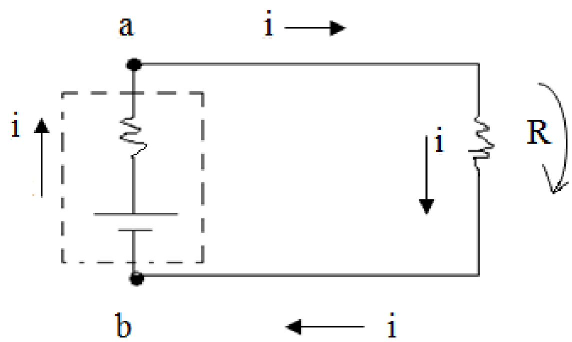
$$-iR_1 - iR_2 - iR_3 + \varepsilon = 0$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3} \text{ و } i = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

مقاومت هم ارز معادل =R

اختلاف پتانسیل:



$$V_a - V_b = ?$$

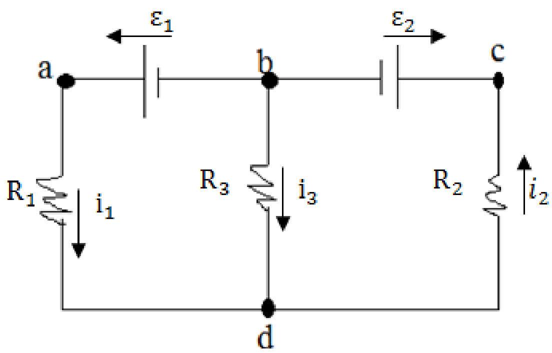
$$V_b + iR = V_a$$

$$V_a - V_b = V_{ab} = +iR \xrightarrow{i=\frac{\varepsilon}{r+R}} V_{ab} = \frac{\varepsilon R}{r + R}$$

محاسبه V_{ab} از مسیری که از منبع نیروی محرکه الکتریکی می گذرد:

$$V_b + \varepsilon - \dot{I}r = V_a \rightarrow V_{ab} = V_a - V_b = +\varepsilon - ir \xrightarrow{i=\frac{\varepsilon}{r+R}} V_{ab} = \frac{\varepsilon R}{r+R}$$

مدارهای چند حلقه:



1. قضیه گره: در هر گره جمع جبری جریان ها باید صفر باشند.
2. قضیه حلقه: در مدارهای نیر حلقه ای تنها در مورد یک حلقه رسانا به کار برده می شود و جریان در تمام قسمت های این حلقه یکسان است.

در نقطه d: $i_1 + i_3 - i_2 = 0$

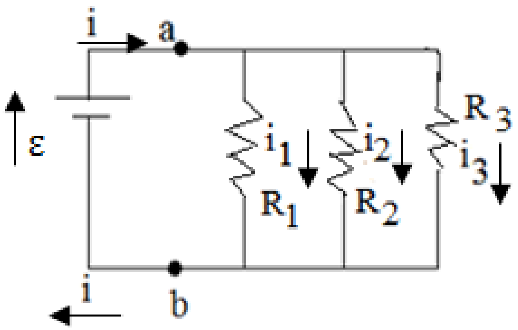
حلقه چپ: $\varepsilon_1 - i_1R_1 + i_3R_3 = 0$

حلقه راست: $-i_3R_3 - i_2R_2 - \varepsilon_2 = 0$

$$i_1 = \frac{\varepsilon_1(R_2+R_3) - \varepsilon_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

$$i_2 = \frac{\varepsilon_1R_3 - \varepsilon_2(R_1+R_3)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

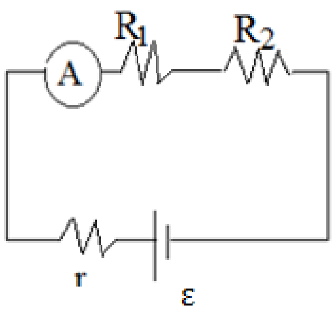
$$i_3 = \frac{-\varepsilon_1R_2 - \varepsilon_2R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$



جریان های سه شاخه $i_1 = \frac{v}{R_1}$, $i_2 = \frac{v}{R_2}$, $i_3 = \frac{v}{R_3}$

گره a: $i = i_1 + i_2 + i_3 = v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

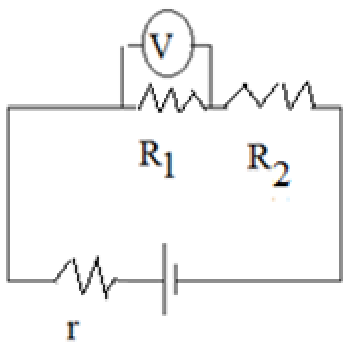
سری در مدار با مقاومت ایده آل صفر:



اندازه گیری جریان

$R_A \ll r + R_1 + R_2$

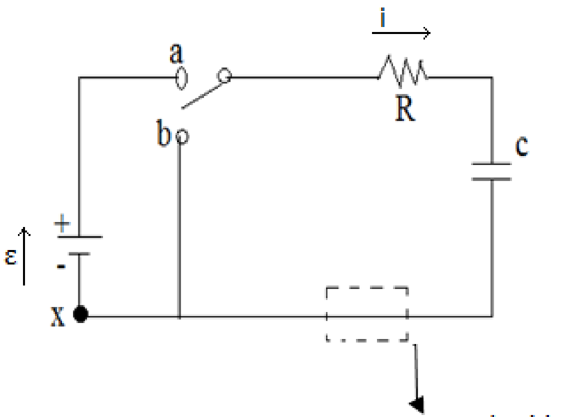
موازی با مقاومت و مقاومت ∞ ایده آل :



اندازه گیری ولتاژ

$R_v \gg R_1$

مدار های RC :



dq=idt در زمان dt از هر مقطع مدار بار dq عبور می کند

کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه:

$$\varepsilon dq = i^2 R dt + U$$

انرژی گرمایی ظاهر شده در مقاومت در مدت dt : $i^2 R dt$

انرژی ذخیره شده در خازن : U $\qquad dU = d(\frac{q^2}{2c})$

$$\rightarrow \varepsilon \mathrm{dq} = \mathrm{i}^2 \mathrm{R\,di} + \mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{q}^2}{2\mathrm{c}}\right) \rightarrow \varepsilon \mathrm{dq} = \mathrm{i}^2 \mathrm{Rdt} + \frac{\mathrm{q}}{\mathrm{c}} \mathrm{dq}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم به } dt} \varepsilon \frac{dq}{dt} = i^2 R + \frac{q}{c}\frac{dq}{dt} \xrightarrow{i=\frac{dq}{dt}} \varepsilon = iR + \frac{q}{c}$$ خروجی قضیه حلقه

با شروع از نقطه x داریم:

$$\varepsilon - iR - \frac{q}{c} = 0 \xrightarrow{i=\frac{dq}{dt}} \varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c}$$

معادله دیفرانسیل مرتبه اول ← حل معادلات دیفرانسیل سیمونز

$$q = c\varepsilon(1 - e^{\frac{-t}{Rc}})$$

ثابت زمانی خازنی = زمان =[RC]

$$\frac{dq}{dt}(= \mathrm{i}) = \frac{\varepsilon}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

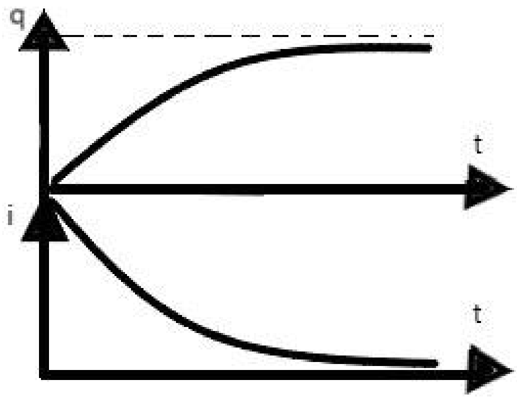
مدت زمانی که طی آن بار روی خازن به $1\text{-}e^{-1}$ (63%) مقدار حالت تعادلش میرسد .

$$t = 0 \ \rightarrow q = 0 \ . \ i = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$t = \infty \ \rightarrow q = c\varepsilon \ \ . \ \ i \rightarrow 0$$

$$t = Rc \ \rightarrow q = c\varepsilon(1 - e^{-1}) = 0.63c\varepsilon$$

بار روی خازن در حالت تعادل و متناظر با ∞ ←t است: $c\varepsilon$



مثال) انرژی انباشته شده در خازن شکل بالا بعد از چند ثابت زمانی به نصف مقدار حالت تعادلش میرسد؟

$$U = \frac{q^2}{2C} \text{ و } U_\infty = \frac{(\varepsilon C)^2}{2C}$$

$$\xrightarrow{q=c\varepsilon(1-e^{\frac{-t}{RC}})} U_t = \frac{1}{2C}(c\varepsilon)^2(1 - e^{\frac{-t}{RC}})^2 = U_\infty(1 - e^{\frac{-t}{RC}})^2$$

$$U = \frac{1}{2}U_\infty \rightarrow \frac{1}{2} = (1 - e^{\frac{-t}{RC}})^2 \rightarrow t = 1.22Rc$$

بعد از قطع کلید و بیرون رفتن ε :

$$iR + \frac{q}{c} = 0 \xrightarrow{i=\frac{dq}{dt}} R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0 \rightarrow \; q = q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

در زمان t=RC بار خازن به مقدار q_0e^{-1} کاهش میابد که در حدود 37% بار اولیه q_0 است .

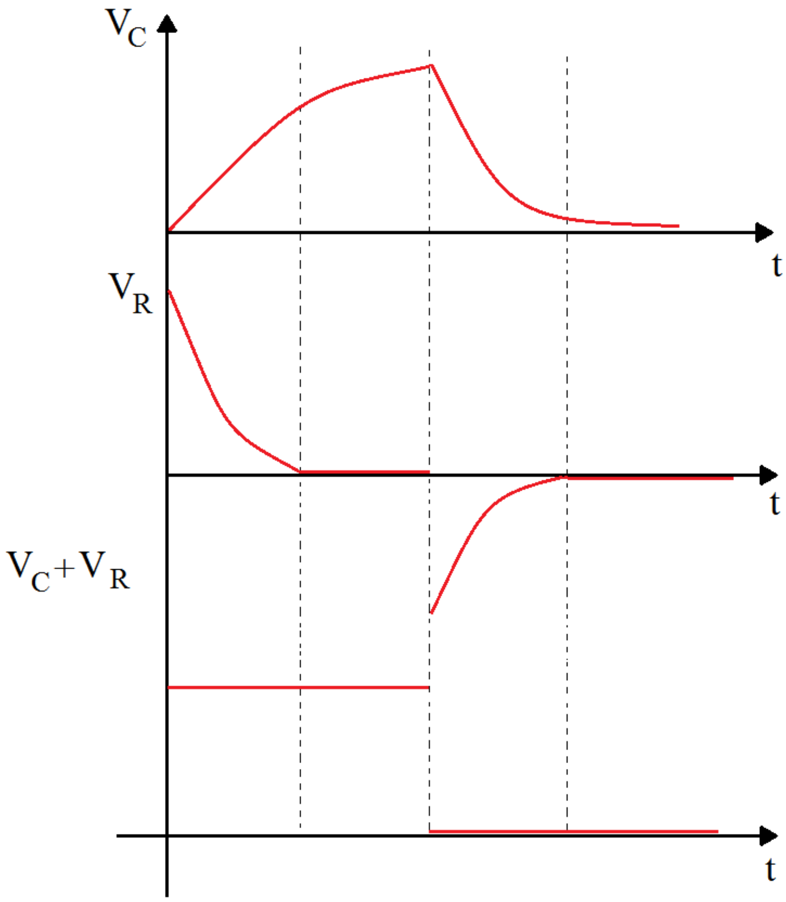
$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}} \quad \xrightarrow{q_0=c\varepsilon} \quad i = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$$

جریان اولیه و متناظر با $t = 0$: $\frac{\varepsilon}{R}$

$V_c=(\frac{1}{c})q$ $\qquad$ $V_c \, \alpha \, q$

$V_R=(R)\,I$ $\qquad$ $V_R \, \alpha \, i$

اگر کلید با دوره متناوب بین a و b قطع و وصل شود.



بازه زمانی مربوط به بار دار شدن

$$V = \left(\frac{1}{C}\right) q = \varepsilon (1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

بازه زمانی مربوط به بی باردار شدن

$$V = \left(\frac{1}{C}\right) q = \varepsilon e^{\frac{-t}{RC}}$$

در حین باردار شدن

$V_R + V_C = \varepsilon$

در حین بی بار شدن

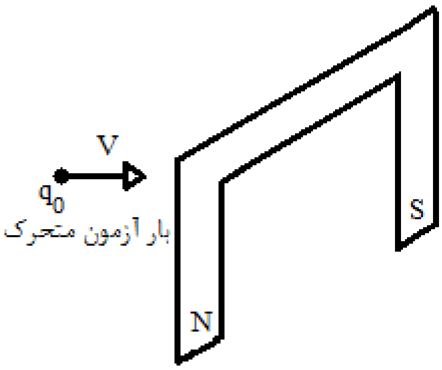
$V_R + V_C = 0$

فصل۲۸و۲۹ : میدان مغناطیسی ومیدان های مغناطیسی حاصل از جریان

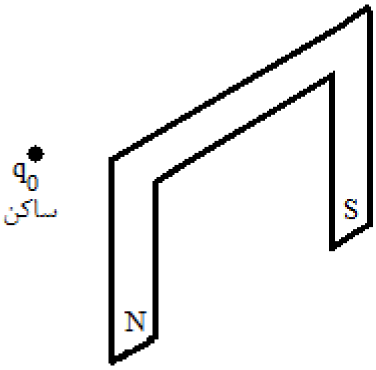
B = بردار اصلی میدان مغناطیسی

1. مماس بر هر خط القا در هر نقطه به راستایBدر آن نقطه را بدست می دهد.
2. خطوط القا طوری رسم می شوند که تعداد آن ها در واحد سطح مقطع(عمود بر خطوط) با بزرگی B متناسب باشد. هرجا که خط ها به هم نزدیک باشند بزرگ و هرجا که از هم دور باشند B کوچک است.

ϕ_B = شار میدان مغناطیسی $\qquad \phi_B = \oint B.ds$



یک نیروی جانبی F بر آن اثر می کند



نیرویی بر بار q_0 وارد نمی شود

$$B = \frac{F_\perp}{q_0 V}$$

$F_\perp$ = نیروی بیشینه

تعریف B : اگر بار آزمون مثبت q_0 را با سرعت V از نقطه P بگذرانیم و نیروی F بر آن اثر کند می گوییم از نقطه P میدان مغناطیسی B وجود دارد و B برداری است که در رابطه زیر صدق می کند:

$$\vec{F} = q_0\,\vec{V} \times \vec{B}$$

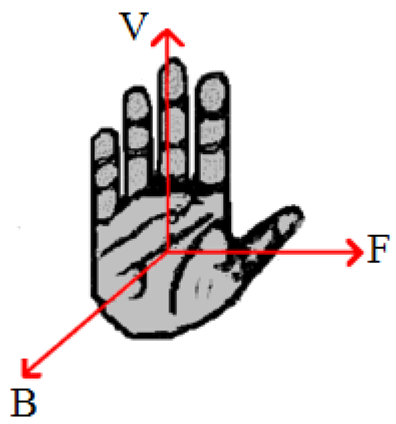
$$|F| = q_0 V B \sin\theta$$

کاملا مشابه با تعریف میدان الکتریکی در نقطه P

$F = q_0E$

متر×یک نیوتن بر آمپر = یک وبر بر متر مربع=یک تسلا

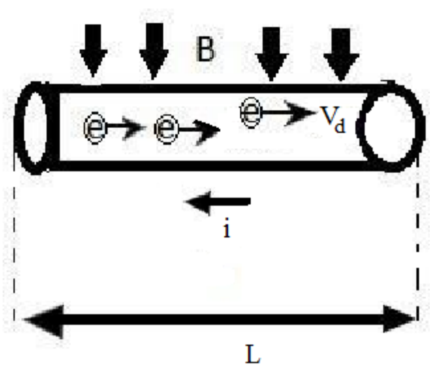
10^4 گاوس = یک وبر بر متر مربع = یک تسلا



اگر ذره باردار در ناحیه ای که میدان های الکتریکی و مغناطیسی هر دو وجود دارند حرکت کند نیروی برآیند

$$\vec{F} = q_0\vec{E} + q_0\vec{V} \times \vec{B}$$

نیروی مغناطیسی وارد بر جریان:



$B \perp V_d$

نیروی متوسط وارد به الکترون $F' = q_0VB\sin\theta = eV_dB$

L تعداد الکترون آزاد موجود در طول = nAL

n= تعداد الکترون در یکای حجم سیم

$V_d = (\frac{j}{ne})$ $\quad\quad$ $\rightarrow F' = e\left(\frac{j}{ne}\right)B = \frac{jB}{n}$

$F = (nAl)F' = nAl\frac{jB}{n}$ نیروی کل وارد به الکترون های آزادد سیم ویا نیروی وارد بر خود سیم

$$F = ilB$$

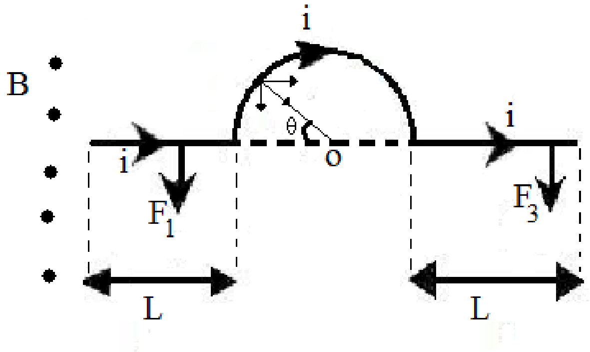
$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ درحالت کلی

قانون دست راست چهار انگشت از $\vec{l}$ به $\vec{B}$ آنگاه شست $\vec{F}$ را نشان می دهد.

جهت i و e برعکس است.

$\partial F = idl \times B$ برای یک جز دیفرانسیلی

مثال:



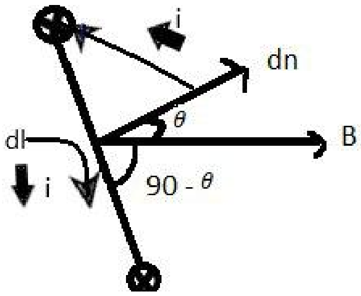
$$F_1 = F_2 = ilB$$

$$dF = iBdl = iB(Rd\theta)$$

$$F_2 = \int_0^{\Pi} dFsin\Theta = \int_0^{\Pi} (iBRd\,\Theta)\sin\Theta = \mathrm{iBR}\int_0^{\Pi} sin\Theta d\Theta = 2iBR$$

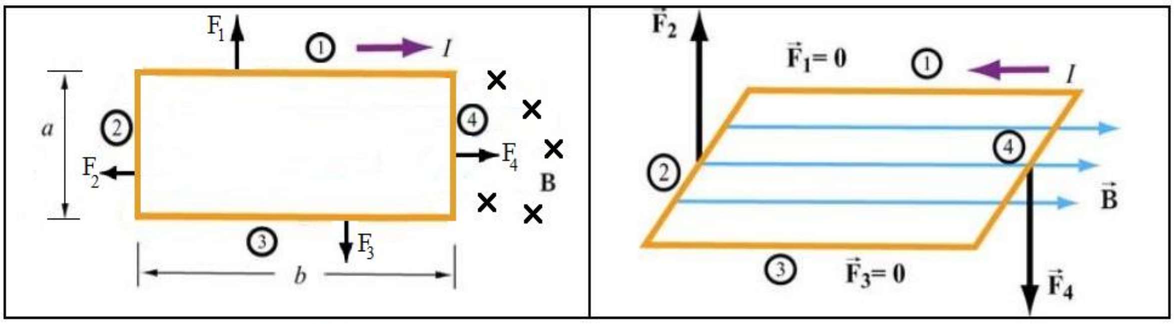
$$\overrightarrow{F_{tot}} = F_1 + F_2 + F_3 2iLB + 2iBR = 2iB(L + R)$$

گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان:



صفحه مستطیل شکل به طول a و عرض b حاوی جریان i واقع در میدان یکنواخت B بطوریکه ضلع b قائم و عمود بر B و ضلع a زاویه θ با B

$$F_2 = iB\sin(90-\theta) = ibB\cos\theta$$



قبل از چرخش — بعد از چرخش

$$F_1 = F_3 = iab$$

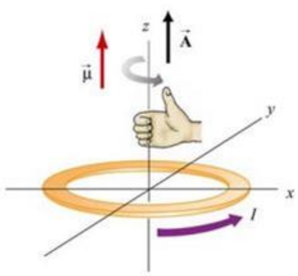
$\tau' = 2(iaB)\left(\frac{b}{2}\right)\sin\theta = iabB\,sin\,\theta$ بزرگی گشتاور نیروی حاصل از F_1 نسبت به محور xx' و 2 برابر کردن آن

$$\tau = N\tau' = NiabB\,sin\,\theta = NiAB\,sin\,\theta$$

گشتاور نیروی وارد بر کل پیچه = τ

مساحت سطح پیچه = $A = ab$

گشتاور دو قطبی مغناطیسی = $\mu = NiA$



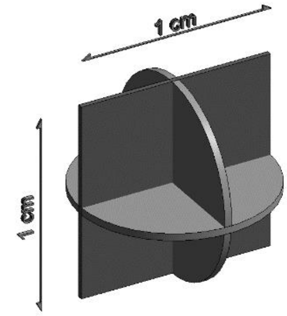
این معادله برای تمام حلقه های تخت به مساحت A صادق است.

$$\tau = \mu \times B$$

در اثر دوران به اندازه $d\theta$ انرژی پتانسیل مغناطیسی عبارت است از کاری که یک عامل خارجی باید انجام دهد تا دوقطبی از وضع انرژی صفر $(\theta = 90)$ تا وضع معین θ بچرخد

$$u = \int_{90}^{\theta} \tau \, d\theta = \int_{90}^{\theta} N_i AB sin\theta \, d\theta = \mu B \int_{90}^{\theta} sin\theta \, d\theta$$

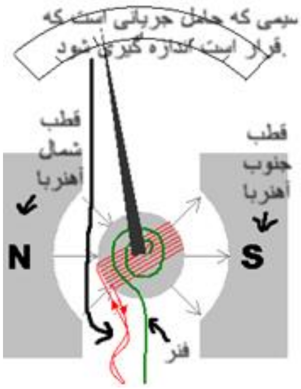
$$= -\mu B \cos\theta$$



$$u = -\mu.B$$

$$u = -P.E$$

گالوانومتر:



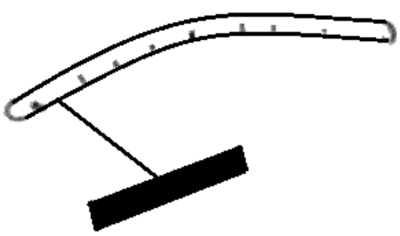
در اثر چرخش پیچه فنر sp گشتاور نیروی مخالفی ایجاد و گشتاور پیچه را خنثی می کند.

قانون هوک :

$$\phi = NiAB \sin\theta = \kappa\phi$$

ثابت فنر $\kappa = \frac{NiAB \sin\theta}{\phi} = \frac{(250)(1.0\times10^{-4}A)(2\times10^{-4}m^2)(0.2T)(sin90^\circ)}{30^9} = 3.3 \times 10^{-8}\frac{N.M}{deg}$

اگر جریان $1.0\times10^{-4}A$ موجب انحراف 30° درجه شود .



مثال:یک پیچه N دور ، شعاع موثر u و حامل جریان i چقدر کار لازم است تا این پیچه در میدان مغناطیسی خارجی B از وضع θ = 0 تا وضع θ = 180 بچرخد؟

فرض کنید N=100   q=5.0 cm   i=0.1 A   و B=1.5 T

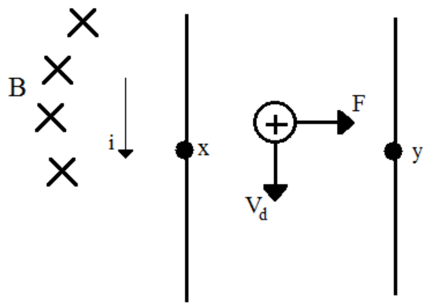
$$w = u_{\theta=180} - u_{\theta=0} = (-\mu B \cos 180) - (-\mu B \cos 0) = 2\mu B$$

و $\mu = NiA$

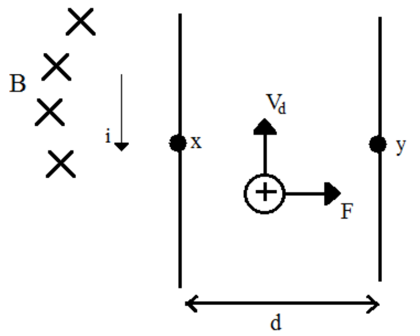
$$w = 2NiAB = 2Ni(\pi a^2)B = 2(100)(0.1A)(\pi)(5\times10^{-2}m)^2(1.5T) = 0.24j$$

اثر هال:

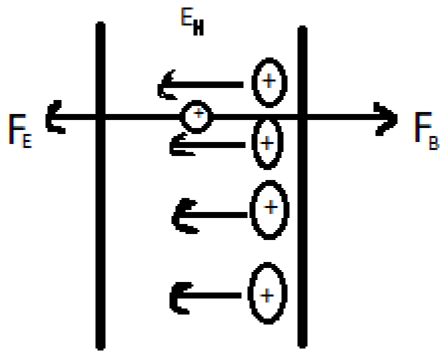
پتانسیل هال



$V_y > V_x$



$V_x > V_y$



$$E_H = \frac{V_{xy}}{d}$$

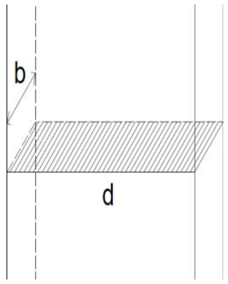
هنگامی تعادل برقرار می شود که نیروی منحرف کننده مغناطیسی جانبی وارد بر حامل های بار، با نیروی الکتریکی مخالف $q\overrightarrow{E_H}$ حاصل از میدان الکتریکی هال خنثی شود یعنی:

$$q\overrightarrow{E_H} + q\overrightarrow{V_d} \times \overrightarrow{B} = 0 \rightarrow \overrightarrow{E_H} = -\overrightarrow{V_d} \times \overrightarrow{B} \rightarrow \overrightarrow{V_d} = ?$$

تعداد حامل های بار در یکای حجم= n

$$B \perp V_d \rightarrow \begin{matrix} E_H = V_d B \\ V_d = \dfrac{j}{ne} \end{matrix} \rightarrow E_H = \frac{j}{ne} B \rightarrow n = \frac{jB}{eE_H}$$

مثال: یک نوار مسی به پهنای $2/0\ cm$ وضخامت $1/0\ \text{mm}$ را در میدان مغناطیسی $B = 1/5T$ قرار دارد اگر یک جریان $200A$ در نوار برقرار شود، اختلاف پتانسیل هال که در دو طرف نوار ظاهر می شود چقدر است؟



$$\overrightarrow{E_H} = \frac{dB}{ne} \quad ; \quad j = \frac{i}{A} = \frac{i}{dh} \quad ; \quad \overrightarrow{E_H} = \frac{\overrightarrow{V_{xy}}}{d}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{V_{xy}} = \frac{iB}{neh} = \frac{200A \times 1/5T}{(8/4 \times 10^{28}/m^3)(1/6 \times 10^{-19}c)(1/0 \times 10^{-3}m)} = 22\ \mu v$$

کاربرد های حسگر اثر هال با خروجی دیجیتال:

کنترل موتور(تشخیص سرعت)

تجهیزات عکاسی(اندازه گیری زمان)

زمان احتراق

حسگر مکان

شمارنده پالس(چاپگر ودرایو موتور)

حسگر تعیین مکان ساقه ریشه

Joy stick

قفل شدن در
غیرتماسی

مشاهده جریان (سیستم موتور)

اندازه گیری سرعت چرخش

اندازه گیری فلو

رله
- آشکارساز های نزدیکی
- امنیتی(کارت های مغناطیسی)
- ماشین های بانکی(گوینده اتوماتیکی)
- ارتباطات راه دور

فشارسنج ها

سوییچ های محدود کننده

سنسور تعیین مکان لنز

تست تجهیزات

سنسور تعیین مکان شفت

دستگاه های سکه ای

کاربرد های حسگر اثر هال باخروجی خطی:

مشاهده جریان

درایو دیسک

درایو فرکانس متغیر

کنترل حفاظت موتور

حفاظت منبع تغذیه

اندازه گیری مکان

دیافراگم فشار

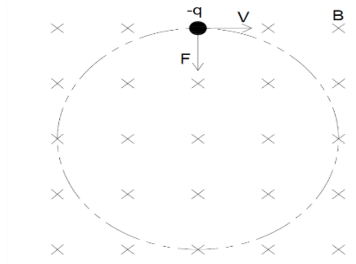
پتانسیومتر های

سوییچ های انکودار

انکودر های چرخشی

تنظیم کننده ولتاژ

ردیاب فلزات آهن دار



بار ها در حال دوران:

$$qvb = \frac{mv^2}{r} \rightarrow \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \rightarrow y = \frac{\omega}{2\pi} = \boxed{\frac{qB}{2\pi m}}$$

مثال:

$E = 10ev\,, B = 1/0 \times 10^{-4}\ \mathrm{T} = 1/0\ \mathrm{G}$

r=?

y=?

T=?

× × ×

$e \longrightarrow$ × × ×

× × ×

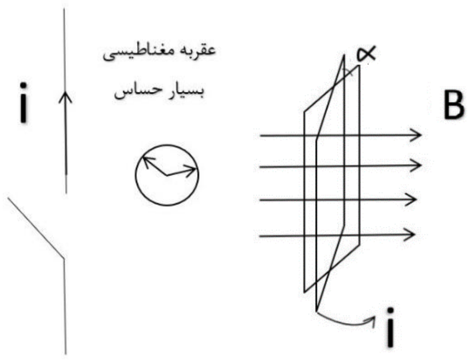
$$k = \frac{1}{2}mV^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 10\ ev\ (\frac{1/6\times 10^{-19}\ j}{1\ \mathrm{ev}})}{9/11\times 10^{-31} kg}} = 1/9 \times 10^6\ \frac{m}{s}$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{(9/1\times 10^{-31} kg)(1/9\times 10^6\ \frac{m}{s})}{(1/6\times 10^{-19} c)(1/0\times 10^{-4} T)} = 0/11\ m = 11\ cm$$

$$y = \frac{qB}{28m} = \frac{(1/6\times 10^{-19} c)(1/0\times 10^{-4} T)}{(28)(6/1\times 10^{-31} kg)} = 2/8\times 10^6\ \mathrm{Hz}$$

$$\mathrm{T} = \frac{1}{y} = \frac{1}{2/8\times 10^6\, Hz} = 3/6\times 10^{-7}\ \mathrm{sec}$$

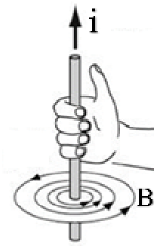
قانون آمپر:



جریان $\rightleftharpoons$ میدان B $\rightleftharpoons$ جریان

رابطه کمی میان جریان ومیدان مغناطیسی B

قانون آمپر $\longrightarrow$ $\oint B.dl = \mu_0 i$



عقربه مغناطیسی کوچکی را به فاصله r از سیم قرار می دهیم. این عقربه که یک دو قطبی مغناطیسی کوچک است را به اندازه زاویه θ نسبت به وضعیت تعادلش میچرخانیم

گشتاور نیروی بازگرداننده : $\tau = \mu \times B = \mu B \sin\theta$

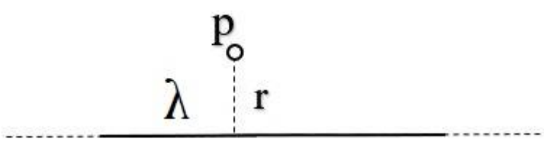
نتایج تجربی : $B \propto i \,, B \propto \frac{1}{r} \quad \rightarrow B \propto \frac{1}{r} \quad \Longrightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$

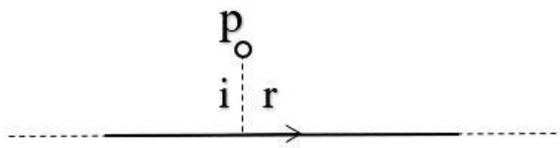
$$\rightarrow (B)(2\pi r) = \mu_0 i \ \rightarrow \oint B.dl = \mu_0 i$$

برای تمام نقاط روی این دایره : $\oint B.dl = B\oint dl = (B)(2\pi r)$

مقدار ثابت تراوایی $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\frac{T.m}{A}$

Bدر اطراف سیم دراز:





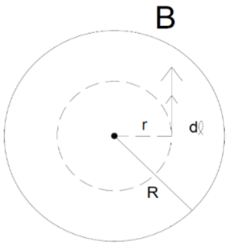
$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

از قانون گاوس $\int E.ds = \frac{y}{\varepsilon_0}$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

از قانون آمپر $\oint B.dl = \mu_0 i$

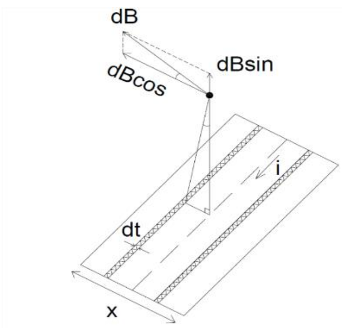
مثال: میدان در داخل سیم ضخیم؟ (جریان در سیم از داخل به بیرون)



$$\oint B.dl = \mu_0 i \rightarrow (B)(2\pi r) = \mu_0 i_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \rightarrow B = \frac{\mu_0 ir}{2\pi R^2} \xrightarrow{R=r} \boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

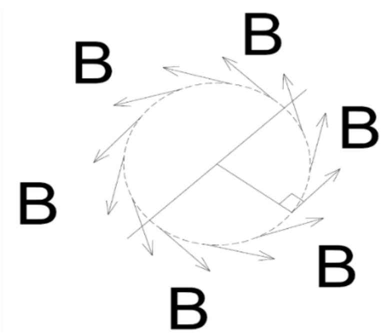
در سطح جانبیR=r

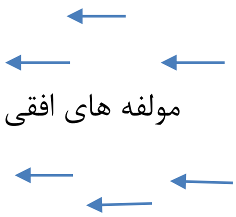
مثال: میدان در خارج سیم ضخیم؟

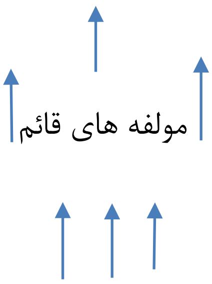


$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{di}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i(\frac{dx}{a})}{R\sec\theta}$$

$$B = \int dB\cos\theta = \int \frac{\mu_0 i(\frac{dx}{a})}{2\pi R\sec\theta}\cos\theta = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi a R}\frac{dx}{Sec^2\theta}$$





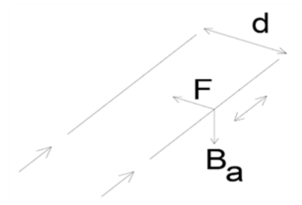


$$x = R\tan\theta \rightarrow dx = RSec^2\theta d\theta \rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi aR}\int\frac{RSec^2\theta d\theta}{Sec^2\theta} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}\int_{-tan^{-1}\frac{a}{2R}}^{+tan^{-1}\frac{a}{2R}} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i}{\pi a} tan^{-1}\frac{a}{2R}$$

در نقاط بسیار دور $\xrightarrow[\tan^{-1}\alpha=\alpha]{} B = \frac{\mu_0 i}{\pi a}\left(\frac{a}{2R}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R}$

در رسانای موازی:



$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

$$F_b = i_b l B_a = \frac{\mu_0 l i_a i_b}{2\pi d}$$

نتایج:

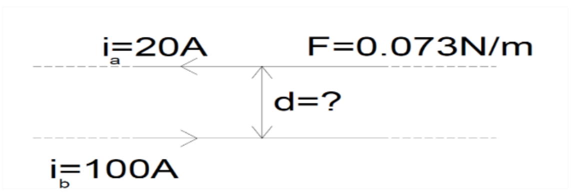
1. جریان $\Leftrightarrow$ میدانB $\Leftrightarrow$ جریان
2. از جاذبه میان سیم های موازی و دراز برای تعریف آمپر استفاده می شود.

$d = 1.0m \quad , \quad i_a = i_b = i \quad , \quad i = 1A$

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}T.\frac{m}{A}\right)(1A)^2}{(2\pi)(1m)} = 2\times10^{-7}\frac{N}{m}$$

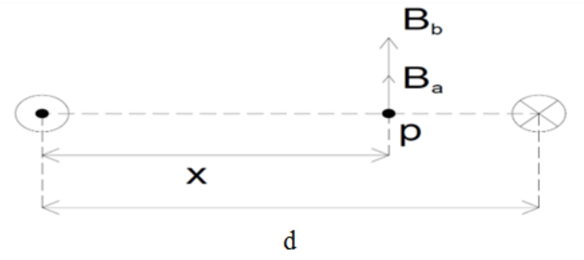
مقدار جریانی که بر طول واحد سیمی به موازات سیم دیگر در فاصله d نیرویی معادل $2\times10^{-7}\frac{N}{m}$ وارد کند را یک آمپر گویند.

مثال: فاصله d چه قدر باشد تا سیم بالایی در محل خود به سمت وزن سقوط نکند؟



$$d = \frac{\mu_0\, ia\, ib}{2\pi(\frac{F}{l})} = \frac{(4\pi\times10^{-7}T.\frac{m}{A})(100A)(20A)}{(2\pi)(0/072\frac{N}{m})} = 5/5\times10^{-3}m = 5/5mm$$

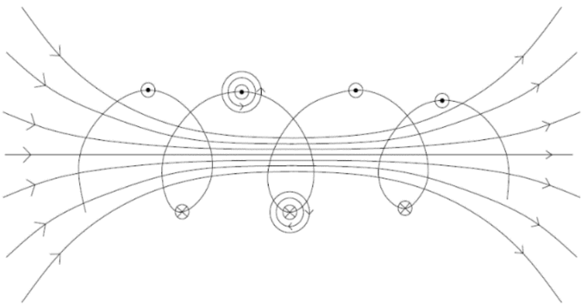
مثال: $B_{x=?}$



$$B = B_a + B_b = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)$$

Bحاصل از سیملوله:

مشابه قانون گاوس و انتخاب سطح گاوس قانون آمپر را برای سطح مستطیلی $abcd$ در سیملوله به کار می بریم:

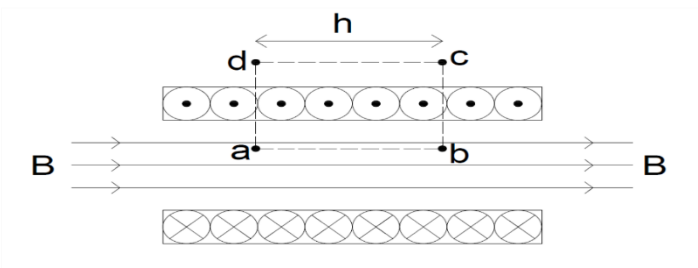


$$\oint B.dl = \mu_0 i$$

$$\oint B.dl = \int_a^b B.dl + \int_b^c B.dl + \int_c^d B.dl + \int_d^x B.dl$$

$=Bh + 0 + 0 + 0$

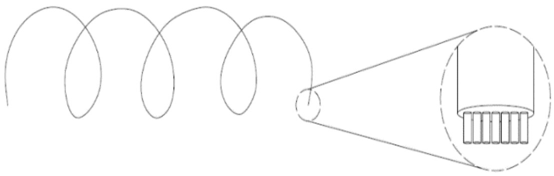
$i = i_0 nh \rightarrow Bh = \mu_0 i_0 n\, h \rightarrow \underline{B = \mu_0 i_0 n}$



سیملوله زمینه خوبی برای $B = \int B.ds$ برای یک سطح بسته یا باز ، بحث درباره ϕ_E یعنی شار میدان مغناطیسی B به دست می دهد.

مثال: طول سیملوله ای $1/0\ \text{m}$ و قطر داخلی آن $2/0\ \text{cm}$ است. این سیملوله، 5 لایه و در هر لایه 850 دور سیم دارد و حامل جریان $5/0\ A$ است. B درمرکز سیملوله؟ ϕ_B در مرکز سطح مقطع سیملوله؟

با یک سیم 5 رشته سیملوله درست کنیم.



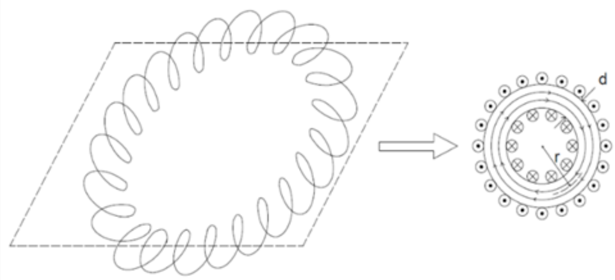
$$B = \mu_0 i_0 n = (4\pi \times 10^{-7} T.\frac{m}{A})(5/0A)(5\times 850$$

$$= 2/7\times 10^{-2} T = 2/7\times 10^{-2}\,\frac{wb}{m^2}$$

$$\varnothing_B = \int B.ds = BA = (2/7\times 10^{-2}\,\frac{wb}{m^2})(7/1\times 10^{-4} m^2) \;= \underline{1/9\times 10^{-5}\,wb}$$

مثال -

$$\oint B.dl = \mu_0 i \rightarrow (B)(2\pi r) = \mu_0 i_0 N \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_0 N}{r}}$$

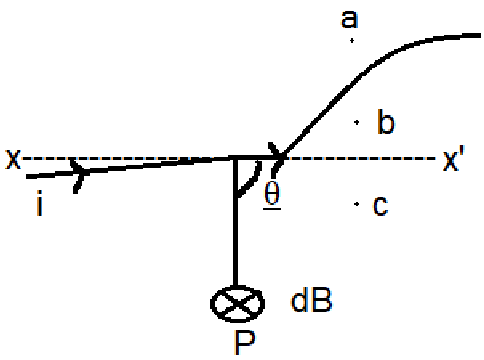


بر خلاف سیم لوله B در سطح مقطع چنبره ای ثابت نیست.

با استفاده از قانون آمپر می توان نشان داد که B در نقاط خارجی یک چنبره ایده آل صفر است.

قانون بیوساوار:

از قانون آمپر برای محاسبه میدان مغناطیسی تنها به شرطی میتوان استفاده کرد که تقارن توزیع جریان به حدی باشد که محاسبه انتگرال خطی $\oint B.dl$ آسان باشد.



فرض کنید P نقطه ای است که میخواهیم

میدان مغناطیسی dB ی مربوط به عنصر جریان را در آن پیدا کنیم.

بنا بر قانون بیو ساوار بزرگی بزرگی dB از رابطه زیر بدست می آید:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl \sin \theta}{r^2}$$

زاویه میان بردار r,dl

بردار جابه جایی از عنصر جریان تا نقطه p

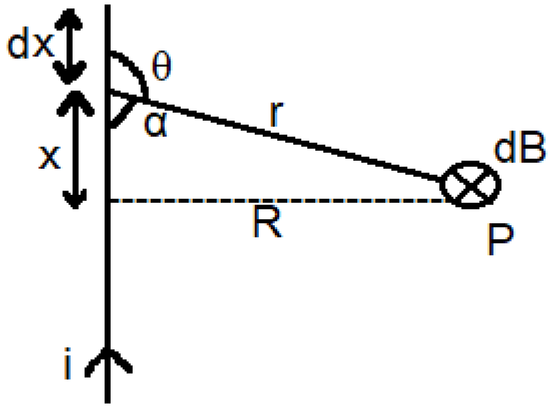
جهت بردار dB همان

جهت بردار $dl \times r$ است

قانون بیوساوار به صورت بردار: $$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{dr}}{r^3}$$

$$B = \int Db$$

مثال) سیم نازک با طول بی نهایت



$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dx \sin\theta}{r^2}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin\theta \, dx}{r^2}$$

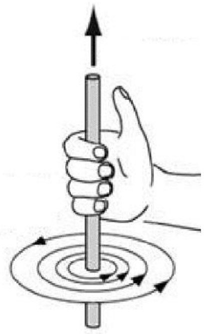
$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2+R^2} \\ \sin\alpha = \sin(\pi-\theta) = \dfrac{R}{\sqrt{x^2+R^2}} \end{cases} \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{R\,dx}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

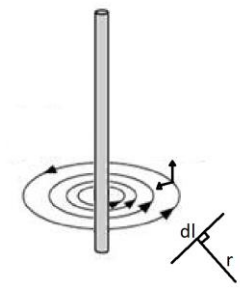
$$x = R\tan\theta \longrightarrow dx = R(1+\tan^2\theta)d\theta \longrightarrow \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{R^2(1+\tan^2\theta)d\theta}{R^3(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

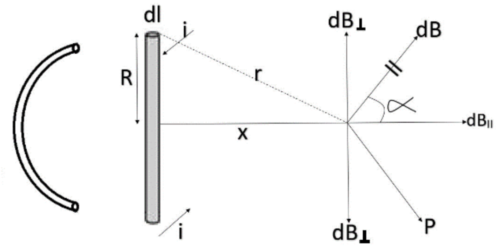
$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int\frac{d\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int\cos\theta d\theta$$

$$\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\sin\Theta \Big|_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(1-(-1)) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

مثال: حلقه جریان







$$B=\int dB_{\parallel}$$

$$\mathrm{dB}=\left(\frac{\mu_0 i}{4\pi}\right)\times\left(\frac{dl\ \sin 90}{r^2}\right)$$

زاویه r و dl

$$dB_{\parallel}=dB\cos\alpha$$

$$dB_{\parallel}=\frac{\mu_0 i\cos\alpha\, dl}{4\pi r^2}\quad,\quad r=\sqrt{R^2+x^2}\qquad \cos\alpha=\frac{R}{r}=\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

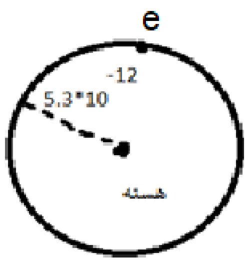
$$dB_{\parallel}=\frac{\mu_0 iR}{4\pi(R^2+x^2)}dl\ \rightarrow\ B=\frac{\mu_0 iR}{4\pi(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\int dl=\frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\xrightarrow{x>>R}$$

$$B=\frac{\mu_0 iR}{2x^3}$$

$$\xrightarrow{A=\pi R^2}B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{(NiA)}{x^3}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}$$

خاصیت	دو قطبی الکتریکی	دو قطبی مغناطیسی
گشتاور نیرو در میدان خارجی	$\tau = P \times E$	$\tau = \mu \times B$
انرژی در میدان خارجی	$u = -p.E$	$u = -\mu_0 B$
میدان در نقاط دور و روی راستای محور	$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{P}{x^3}$	$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}$
میدان در نقاط دور و روی راستای عمود منصف	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{P}{x^3}$	$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mu}{x^3}$

مثال: مدل اتمی بور



$$\varsigma = 6.5\times10^{15}\,Hz$$

B = ? در مرکز مدار

μ = ? گشتاور دو قطبی در فضا

$$i = \tau\varsigma = (1.6\times10^{-19}\,c)(6.5\times10^{15}\,Hz) = 1.0\times10^{-2}\,A$$

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0}{2R}$$

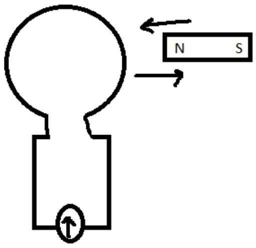
$$\frac{(48\times10^{-7}\,T.\frac{m}{A})(1.0\times10^{-3}\,A)}{(2)(5.3\times10^{-11}\,m)} = 12T$$

ب)

$$\mu = NiA = (1)(1.0\times10^{-3}\,A)(\pi)(5.3\times10^{-11})^2 = 8.8\times10^{-24}\,A.m^2$$

قانون القای فارادی: یکی از معادلات اساسی الکترو مغناطیس است.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



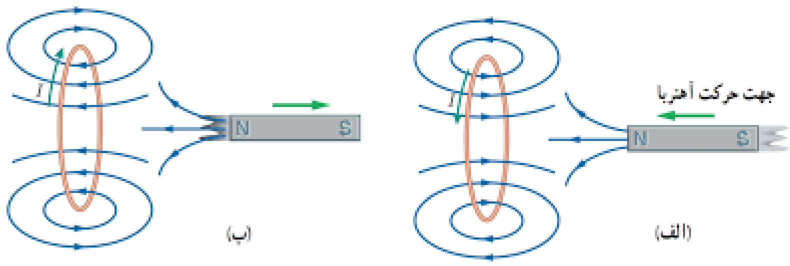
منفی نشان دهنده قانون لنز است

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

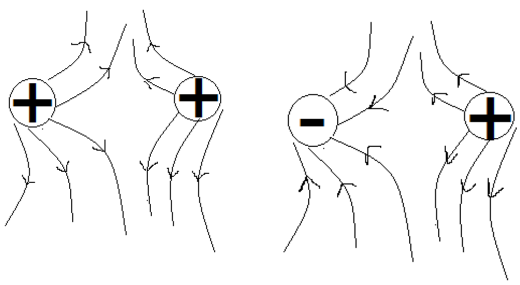
قانون لنز:

قانون لنز درباره جریان های القایی به کار میرود یعنی فقط درمورد مدار های بسته کاربرد دارد.

طبق این قانون جریان القایی در جهتی برقرار میشود که با عامل به وجود اورنده خود مخالفت می کند.

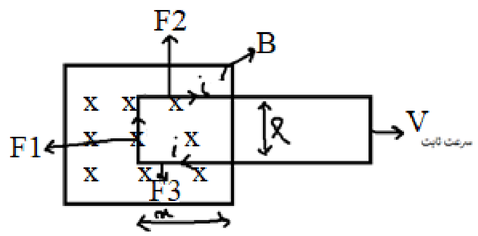


* جریان القایی با ورود اهنربا مخالفت میکند.



مثال:

چون در اثر حرکت مساحت داخل میدان کم میشود و درنتیجه شار آن کم میشود لذا جاری القایی در جهتی جریان میشود که میدان داخل مساحت را افزایش دهد



$$\phi_B = Blx$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl(\frac{dx}{dt}) = Blv$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}$$

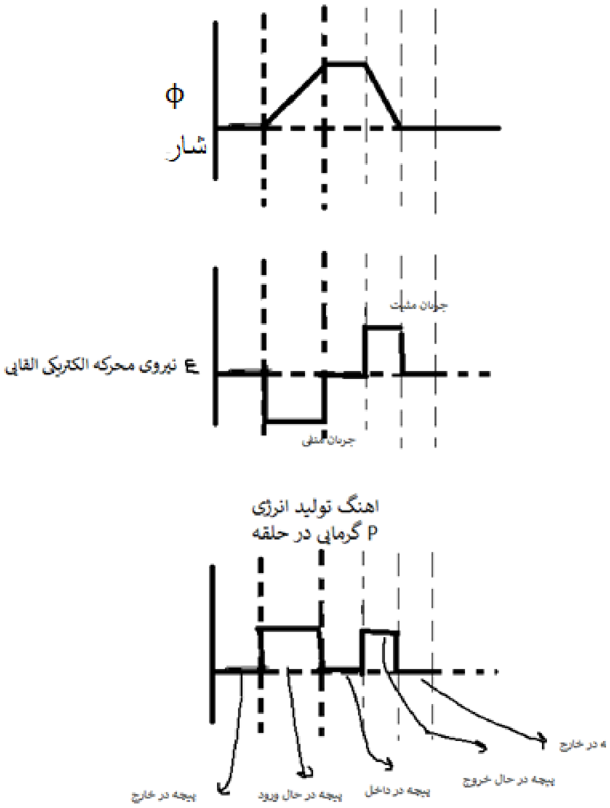
$$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F_1 = ilB\sin 90 = \frac{B^2 l^2 V}{R}$$

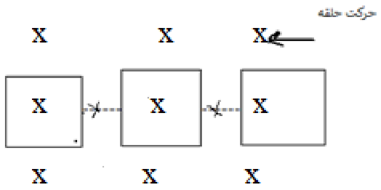
$$p = F_1 V = \frac{B^2 l^2 V^2}{R}$$ توان ثابت (حرکت مکانیکی)

توان یا اهنگ تولید انژی گرمایی در حلقه به علت اصل بقای انرژی

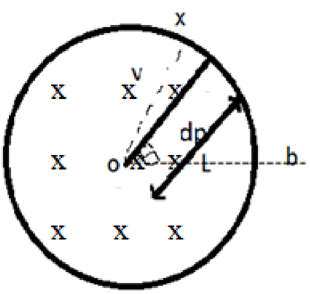
$$P_j = i^2 R = (\frac{Blv}{R})^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

نمایش کمی تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی





مثال: یک میله مسی به طول L در میدان مغناطیسی یکنواخت B با بسامد زاویه ای ω



حل روش 1)

برای المان

$$d\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bdldx) = -Bdl\frac{dx}{dt} = Blv$$

$$\varepsilon = \int d\varepsilon = \int_0^L Bvdl = \int_0^L B(wl)dl = \frac{1}{2}Bwl^2$$

روش 2)

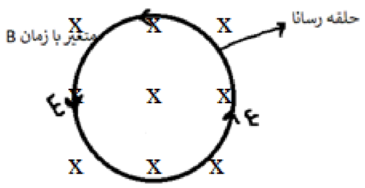
شاری که قطاع aob

$$\phi_B = BA = B(\frac{1}{2}L^2\theta)$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{2}Bl^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}BwL^2$$

میدان مغناطیسی متغیر با زمان: میدان مغناطیسی متغیر میدان الکتریکی تولید میکند.

از دیدگاه ماکروسکوپیک :



تغیر میدان $\varepsilon = \dfrac{d\Phi_B}{dt}$ موجب به وجود امدن نیروی محرکه القایی و این نیرو حاملهای بار را به حرکت در اورده که موجب تولید جریان القایی میشود.

ازلحاظ میکروسکوپیک:

میتوان گفت تغیرات شارB یک میدان القایی E در نقاط مختلف حلقه تولید میکندو نیروی F بر بار ازمون q دارد و موجب حرکت ان میشود.

در صورت تغییر میدان موجب حرکت بار در حلقه رسانا میشود. در نتیجه کار انجام شده در یک دور چرخش برابر است با :

$$W = \varepsilon q_0 = (q_0 E)(2\pi r) \;\;\Rightarrow\;\; \varepsilon = E2\pi r$$

در حالت های کلی تر

$$\varepsilon = \oint E.dl \quad \xrightarrow{\varepsilon=-\frac{d\phi_B}{dt}} \quad \oint E.dl = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

قانون القای فارادی

به طور خلاصه معادلات اساسی آزمایشی الکترو مغناطیس

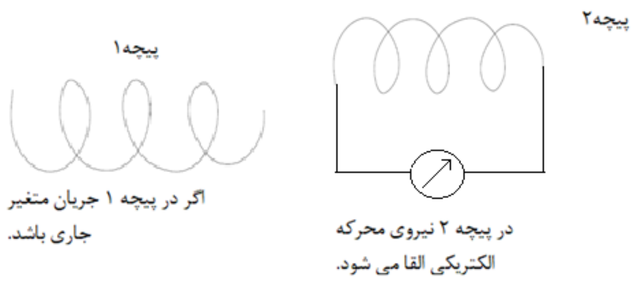
$\varepsilon_0 = \oint E.ds = q_0$ قانون گاوس در الکترسیته

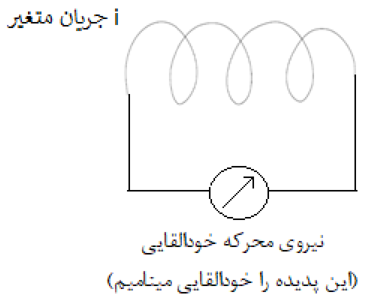
$\oint B.ds = 0$ قانون گاوس در مغناطیس

$\oint E.dl = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ قانون القای فارادی

$\oint B.dl = \mu_0 i$ قانون آمپر

فصل۳۰: القایش و القاییدگی





پدیده خود القایی:

$$\varepsilon = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

تعداد ارتباط های شاری که مشخصه مهمی از القاست.

$$= N\Phi_B \propto i \rightarrow N\Phi_B = Li$$

L: ثابت تناسب القای پیچه نامیده میشود.

$$\varepsilon = \frac{d(N\phi_B)}{dt} = -L\,\frac{di}{dt}$$

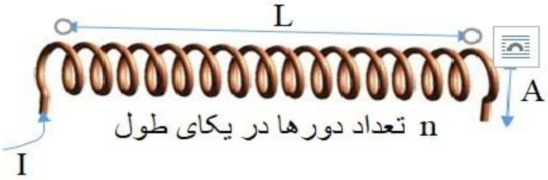
$\Rightarrow L = \dfrac{\varepsilon}{\frac{di}{dt}}$ مشابه $c = \dfrac{q}{v}$

به ابعاد هندسی بستگی دارند

(در صورت وجود آهن یا مواد مشابه در داخل پیچه L به آنها نیز بستگی دارد)

$$L = \text{یک هانری} = \frac{\text{یک ولت} - \text{ثانیه}}{\text{آمپر}}$$

محاسبه القاییدگی:



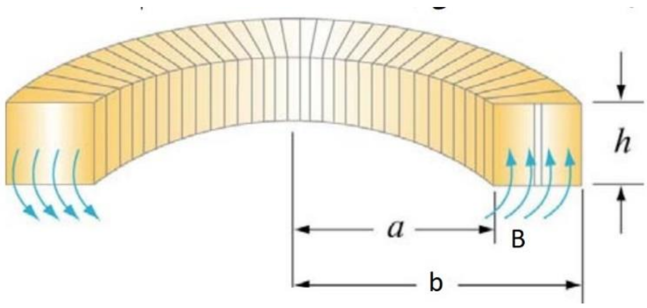
$$N.\,\emptyset_B = (nl)(BA)$$

$$B = \mu_0 ni$$

$$N\emptyset_B = \mu_0 n^2 liA$$

$$\Rightarrow\; L = \frac{N\emptyset_B}{i} = \mu_0 n^2 la$$

مثال: چنبره با مقطع مستطیلی:



تعداد دور ها

برای یک مسیر دایره ای

$$\oint B.dl = \mu_0 I \xrightarrow{\quad\quad\quad} B(2\pi r) = \mu_0\, i_0\, N$$

جریان در هر دور سیم

$$\Rightarrow\; B = \frac{\mu_0\, i_0\, N}{2\pi r}$$

مساحت یک دیفرانسیل از مقطع چنبره

$$\emptyset_B = \oint B.ds = \int_a^b (B)(h.dr) = \int_a^b \frac{\mu_0\, i_0\, N}{2\pi r}\; h.dr$$

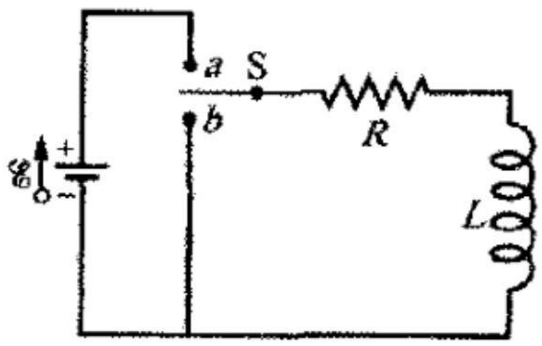
$$= \frac{\mu_0\, i_0\, Nh}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0\, i_0\, N\, h}{2\pi}\;.\; ln(\frac{b}{a})$$

$$L = \frac{N\emptyset_B}{i} = \frac{\mu_0\, N^2\, h}{2\pi}\;.\; ln(\frac{b}{a})$$

برای N=1000 , a=5/0 cm , b=10 cm , h=1/0 cm

$$L=\frac{(4\pi .10^{-7}\ wb/_A)(10^3)(1.0\times10^{-2}\ m)}{2\pi} \times ln\frac{10\times10^{-2}\ m}{5\times10^{-2}\ m}$$

$$=1.4\times 10^{-3}\ wb/_A = 1.4 \text{ Mh}$$



مدار های LR:

اگر L نباشد : $i=\frac{\varepsilon}{R}$ به صورت آنی...

با وجود L با افزایش i القا گر بنا بر قانون لنز با افزایش میدان مغناطیسی مخالفت و در نتیجه یک نیروی محرکه الکتریکی خود القایی با قطبیت مخالف با نیرو محرکه الکتریکی باتری Ɛ تولید می کند.

$\mathcal{E}L = - L\frac{di}{dt}$

قانون حلقه در صورت بسته بودن a: $- iR - L\frac{di}{dt} + \mathcal{E} = 0$

$L\frac{di}{dt} + iR = \mathcal{E}$ معادله دیفرانسیل مرتبه اول

جواب پیشنهادی: $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1- e^{\frac{-Rt}{L}})$

ثابت زمانی القایی $\tau_i = \frac{L}{R}$ تعریف می شود

$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1- e^{\frac{-t}{\tau}})$

$[\frac{L}{R}] = \frac{\text{1 هانری}}{\text{اهم}}$, $L = -\frac{\varepsilon}{\frac{di}{dt}} = \frac{\text{ثانیه. ولت}}{\text{آمپر}}$

$V = ir \longrightarrow R=\frac{V}{i} = \frac{\text{ولت}}{\text{آمپر}}$

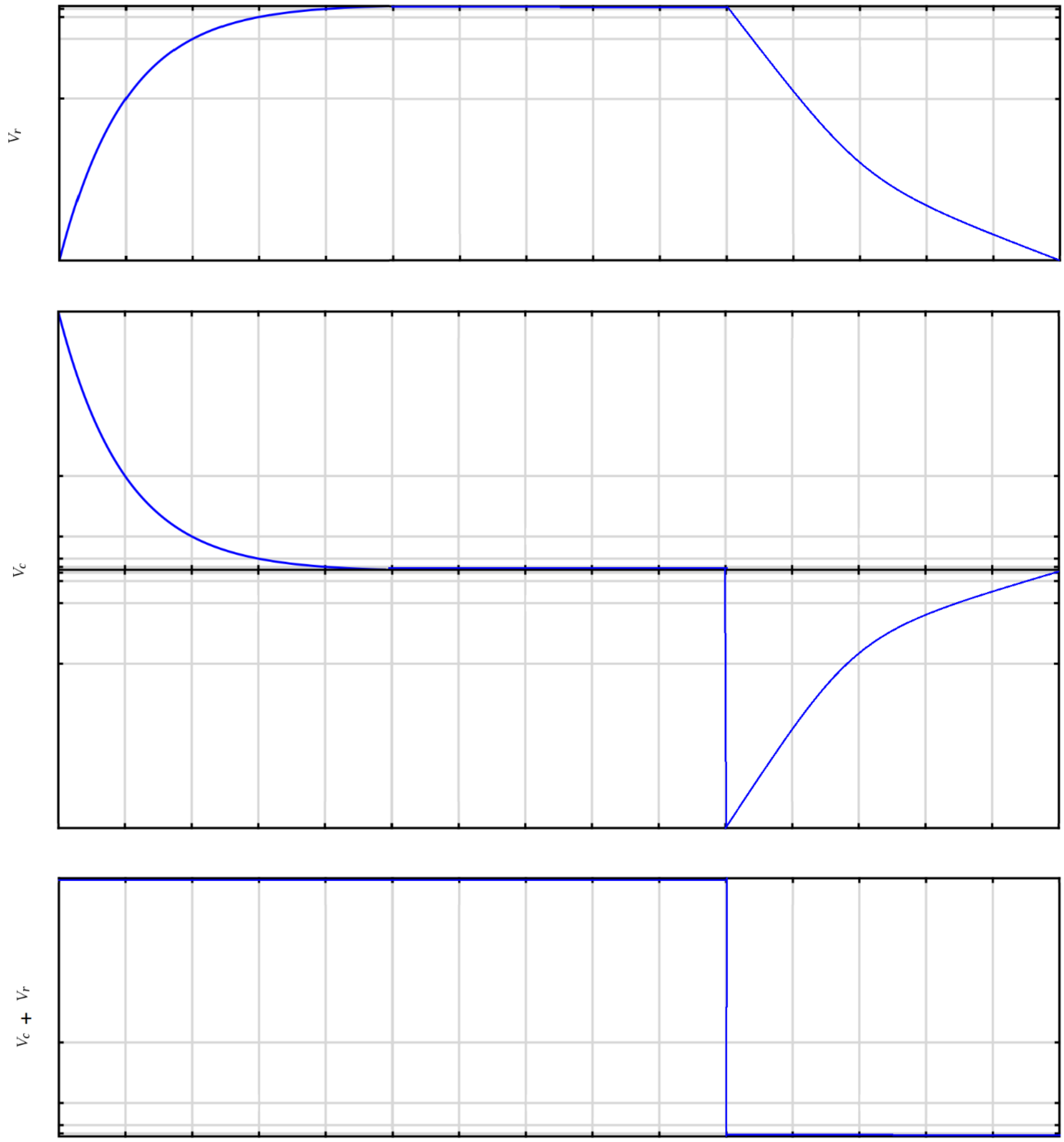
$[\frac{L}{R}] = [L]\,[R^-]=[\frac{\text{ثانیه . ولت}}{\text{آمپر}}]\,[\frac{\text{آمپر}}{\text{ولت}}]=$ ثانیه

به ازای : $t = \tau_i = \frac{L}{R}$

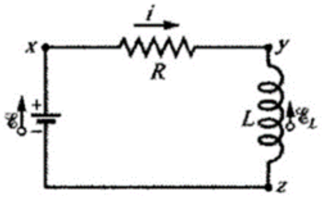
$i = \frac{\varepsilon}{R}(1- e^{-1}) = (1 - 0.37)\ \frac{\varepsilon}{R} = 0.63\,\frac{\varepsilon}{R}$

اگر کلید c به b وصل شود:

$$L\,\frac{di}{dt} + iR = 0 \longrightarrow i = \frac{\varepsilon}{R}\ .\ e^{\frac{-t}{\tau}}$$



انرژی و میدان مغناطیسی:



$$\mathcal{E} = iR + L\frac{di}{dt}$$

آهنگ ظاهر شدن انرژی گرمایی (ژول) در مقاومت

بنابر قانون پایستگی انرژی بنابه فرض این مقدار انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می شود

$$\mathcal{E}i = \boxed{i^2R} + \boxed{Li\frac{di}{dt}}$$

$$\boxed{\mathcal{E}\frac{dq}{dt}}$$

کاری به اندازه $\mathcal{E}dq$ روی بار dq در مدت زمان dt از چشمه نیروی محرکه الکتریکی $\mathcal{E}$

آهنگ انجام کار $\mathcal{E}\frac{dq}{dt}$

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \qquad dU_B = Li\,di$$

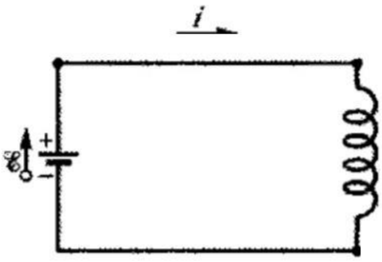
$$U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Li\,.\,di = \boxed{\frac{1}{2}Li^2}$$

انرژی مغناطیسی کل ذخیره شده در القاگر L

مقایسه

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c}$$

مثال:

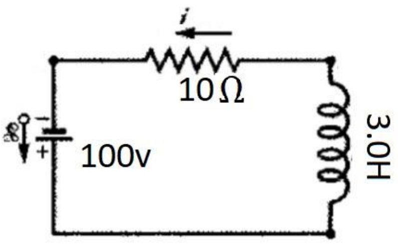


$L=5/0$, $R=20\,\Omega$, $\mathcal{E}=100$ V, $U_B=?$ بعد از آنکه جریان به مقدار بیشینه رسید؟

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{100\,V}{20\Omega} = 5/0\ \text{A}$$

$$U_B = \frac{1}{2}\text{L}i^2 = \frac{1}{2}\ (5/0\ \text{H})(5.0\ A)^2 = 63\ \text{J}$$

مثال:



الف)اگر 0.3 sec $=\tau$ آهنگ انرژی گرفته شده از باتری (توان) چقدر است؟

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1- e^{\frac{-t}{\tau}}) = (\frac{3.0\,v}{10\Omega})(1- e^{-1}) = 0.189\ \text{A}$$

آهنگ انرژی گرفته شده از باتری: $P_0 = \mathcal{E}i = (3.0\ \text{V})(0.189\ \text{A}) = 0.567$ w

ب) انرژی با چه آهنگی به صورت انرژی گرمایی(ژول) در مقاومت ظاهر می شود؟

$P_j = i^2\text{R} = (0.189\ A)^2\ (10\Omega) = 0.357$ w

ج)با چه آهنگی P_B انرژی در میدان مغناطیسی ذخیره می شود؟

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1- e^{\frac{-t}{\tau}}) \longrightarrow \frac{di}{dt} = (\frac{\mathcal{E}}{R})(\frac{R}{L})\ e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{\mathcal{E}}{L}.e^{\frac{-t}{\tau}}$$

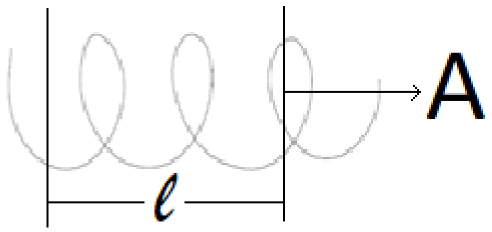
$$\xrightarrow{t=\tau} \frac{di}{dt} = (\frac{3.0\,V}{3.0\,H})\ e^{-1} = 0.37\ \frac{A}{sec}$$

$$P_B = \frac{du}{dt} = \text{Li}\ .\ \frac{di}{dt} = (3.0\ \text{H})(0.189\ \text{A})(0.37\ \frac{A}{sec}) = 0.210\ \text{w}$$

$$P_e = P_j + P_B$$

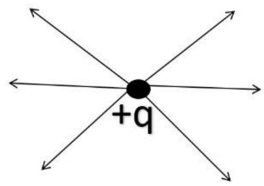
0.567 w = 0.357 w +0.210 w = 0.567 w

چگالی انرژی و میدان مغناطیسی:



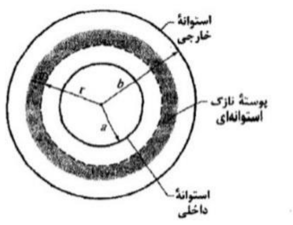
$u_B = \frac{U_B}{A.L}$; $U_B = \frac{1}{2}\mathrm{L}i^2 \longrightarrow u_B = \frac{\frac{1}{2}Li^2}{A.L}$

و $\mathrm{L}=\mu_0\, n^2 \mathrm{LA} \longrightarrow u_B = \frac{1}{2}\, \frac{B^2}{\mu_0}$ مقایسه: $u_E = \frac{1}{2}\, \varepsilon_0\, E^2$



مثال: یک کابل هم محور دراز شامل دو استوانه هم محور به شعاع های a و b است.

الف) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی مربوط به طول L در این کابل را حساب کنید.



قانون آمپر در فضای میان دو رسانا: $\oint B.dl = \mu_0\, i$

$(\mathrm{B})(2\pi \mathrm{r}) = \mu_0 \mathrm{i}$ $\mathrm{B}= \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

چگالی انرژی برای نقاط میان رسانا $u_B = \frac{1}{2\mu_0}\, B^2 = \frac{1}{2\mu_0}\, (\frac{\mu_0\, i}{2\pi r})^2 = \frac{\mu_0\, i^2}{8\,\pi^2\, r^2}$

عنصرحجم dv به شعاع r و r+dr به طول l : $\mathrm{dU} = u_B\, \mathrm{dv} = \frac{\mu_0\, i^2}{8\,\pi^2\, r^2}\, (2\pi r l)(dr) = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \cdot \frac{dr}{r}$

$\mathrm{U}=\int dU = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_{\mathrm{a}}^{b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi}\, \ln \frac{b}{a}$

ب) L=?

$\mathrm{L}=\frac{2U}{i^2} = \frac{\mu_0\, l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b}{a}$